Theoretische Physik III für Lehramtskandidaten, WS 2010/11
Blatt 3 zu den Übungen am 15. u. 17.11., Stefanie Russ
Abgabe: Spätestens 12.11., 12 Uhr, Zi. 1.4.38 (persönlich oder Briefkasten)

Bitte geben Sie Ihre Übungsgruppe an!
Beachten Sie die Hinweise auf Blatt 0 zur äußeren Form!

Hausaufgaben: (Je 2 Punkte.)
1. Zweidimensionaler Potenzialtopf: Gegeben sei ein Elektron, das sich nur in der xy-Ebene bewegen kann. Das Potenzial soll einem rechteckigen Potenzialtopf entsprechen, d.h. $V = 0$ für $x \in [0, a], y \in [0, 2a]$ (im Innern des Rechtecks) mit der Konstanten $a > 0$. Außerhalb des Rechtecks soll das Potenzial unendlich sein.
a.) Berechnen Sie die normierten Eigenfunktionen $\psi(x, y)$ sowie die zugehörigen Energiewerte E (analog zum dreidimensionalen Potenzialtopf aus der Vorlesung). (1.5 Punkte)
b.) Geben Sie mindestens einen zufällig entarteten und einen aus Symmetriegründen entarteten Eigenwert an. (0.5 Punkte)

2. Orthonormalsysteme: Zeigen Sie, dass die Zustände des Potenzialtopfs der Breite L mit unendlich hohen Wänden bei $x = 0$ und $x = L$ ein Orthonormalsystem bilden, d.h.:

$$\int_0^L \psi_n(x)\psi_m(x)\,dx = \delta_{n,m} \quad (\delta_{n,m} = 1 \quad \text{für} \quad n = m \quad \text{und} \quad \delta_{n,m} = 0 \quad \text{sonst})$$

mit den bekannten Eigenfunktionen $\psi_n(x) = \sqrt{2/L}\sin\frac{n\pi x}{L}$. Berechnen Sie die Integrale explizit (ohne Formelsammlung o. ä!) Zeichnen Sie die Funktion $f(x) \equiv \psi_n(x)\psi_m(x)$ für $(n, m) = (1, 4)$ über einen hinreichend großen Definitionsbereich und erläutern Sie grafisch den Wert des obigen Integrals.
Hinweis: Orthonormalsysteme werden beim Messprozess eine große Bedeutung gewinnen.

Präsenzaufgabe: Potenzialtopf
Rekapitulieren Sie die Situation im klassischen eindimensionalen Potenzial, z.B. im endlichen Potenzialtopf oder im Parabelpotenzial $V(x) = kx^2$. Skizzieren Sie ein Potenzial Ihrer Wahl. Überlegen Sie, wie man von der Newtonschen Bewegungsgleichung auf $\frac{d}{dt}\left(\frac{m}{2}\dot{x}^2\right) = -\frac{d}{dt}V(x)$ und auf $E = \frac{m}{2}\dot{x}^2 + V(x)$ kommt. Warum nennt man die Punkte mit $E = V(x)$ die klassischen Umkehrpunkte? Welches sind die klassisch verbotenen und die klassisch erlaubten Gebiete? An welchen Stellen des Potenzials kann sich ein Teilchen in Ruhe befinden, wo ist die Bewegung oszillatorisch? Welche Bewegungen können sonst noch vorkommen?

Verständnisfrage: Was bedeutet der Begriff "Entartung"? Was ist zufällige, bzw. Symmetrieentartung? Welche Beispiele kennen Sie?