

Theoretische Physik III für Lehramtskandidaten, WS 2010/11
Blatt 9 zu den Übungen am 10. u. 12.1., Stefanie Russ
Abgabe: Spätestens 7.1., 12 Uhr, Zi. 1.4.38 (persönlich oder Briefkasten)

Bitte geben Sie Ihre Übungsgruppe an!

Hausaufgaben: (Je 2 Punkte.)

1. Drehimpuls-Operatoren:

Berechnen Sie explizit die Wirkung der Operatoren \hat{L}^2 , \hat{L}_z , \hat{L}_+ und \hat{L}_- auf die Kugelflächenfunktionen $Y_{10} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \vartheta$ und $Y_{11} = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \vartheta \exp[i\varphi]$, indem Sie die Darstellung der Operatoren in Kugelkoordinaten verwenden und die Ableitungen ausführen.

Hinweis: Es ist hilfreich, sich vor der Rechnung bereits zu überlegen, welche Ergebnisse Sie erwarten.

2. Entwicklung nach Kugelflächenfunktionen:

Gegeben sei eine Wellenfunktion $\psi(r, \vartheta, \varphi) = f(r) \Phi(\vartheta, \varphi)$, deren Winkelanteil

$$\Phi(\vartheta, \varphi) = A(1 + \sin \vartheta \sin \varphi)$$

beträgt. [Der Ortsanteil $f(r)$ beschreibt die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen in einem bestimmten Abstand r vom Zentrum anzufinden, er ist für die weitere Rechnung nicht von Belang.]

a.) Drücken Sie $\Phi(\vartheta, \varphi)$ durch passende Kugelflächenfunktionen aus [Skript: Gln. (4.45) und (4.46)] und bestimmen Sie die Normierungskonstante A .

Hinweise: $\Phi(\vartheta, \varphi)$ soll über den ganzen Raumwinkelbereich auf 1 normiert sein. Die Kugelflächenfunktionen bilden ein Orthonormalsystem.

b.) Welche Werte können sich bei einer Messung von \hat{L}^2 und \hat{L}_z ergeben und wie groß sind die Einzelwahrscheinlichkeiten für jeden Messwert (d.h. für jedes mögliche ℓ und für jedes mögliche m)?

Präsenzaufgaben: Ein Elektron befinde sich im Spinzustand

$$\chi(\vec{s}) = A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

bezüglich der z -Achse. Mit welcher Wahrscheinlichkeit treten die verschiedenen Messwerte von \hat{s}_z jeweils auf und wie groß ist der Mittelwert?

Verständnisfrage: Was kann man sich anschaulich unter den Eigenwerten zu den Operatoren \hat{L}^2 und \hat{L}_z vorstellen? Welche Bedeutung haben sie für das Wasserstoffatom?