

**Theoretische Physik III für Lehramtskandidaten, WS 2010/11**  
**Blatt 4 zu den Übungen am 22. u. 24.11., Stefanie Russ**  
**Abgabe: Spätestens 19.11., 12 Uhr, Zi. 1.4.38 (persönlich oder Briefkasten)**

**Bitte geben Sie Ihre Übungsgruppe an!**

**Hausaufgaben:** (Je 2 Punkte.) ( $L$ ,  $B$ ,  $b$  und  $V_0$  sind reelle positive Konstanten.)

**1. Potenziallandschaft:** Gegeben sei ein Elektron in einem stückweise zusammengesetzten Potenzial der Form:

$$V(x) = \begin{cases} \infty & ; \quad x < -L \\ 0 & ; \quad -L \leq x \leq 0 \\ Bx^2 & ; \quad x > 0 \end{cases}$$

Im Bereich  $x > 0$  existieren abzählbar unendlich viele Lösungen, u.a.  $\psi_0(x) = A_0 \exp[-x^2/(2b^2)]$  mit  $B = \hbar^2/(2mb^4)$  und der Energie  $E_0 = \hbar^2/(2mb^2)$ . Nur für diese Lösung wollen wir uns hier interessieren.

a.) Wie lauten die Lösungen der Schrödinger-Gleichung in den Bereichen  $x < -L$  und  $-L \leq x \leq 0$ ? Welche Stetigkeitsbedingungen müssen bei  $x = -L$  und  $x = 0$  berücksichtigt werden? (0.5 Punkte)

b.) Überprüfen Sie, ob die Lösung  $\psi_0$  aus dem Bereich  $x > 0$  korrekt an die anderen Bereiche angeschlossen werden kann. (Normierung ist nicht verlangt.) Geben Sie – falls notwendig – eine Bedingung für die Konstante  $B$  (oder  $b$ ) an. (1.5 Punkte)

**2. Dreidimensionaler harmonischer Oszillator:**

Gegeben sei ein Potenzial der Form:  $V(x, y, z) = V_0 \cdot (x^2 + y^2 + z^2)$  mit  $V_0 = m\omega^2/2$ .

a.) Stellen Sie die (dreidimensionale) Schrödingergleichung (in kartesischen Koordinaten) für die Wellenfunktion  $\psi(x, y, z)$  in diesem Potenzial auf und separieren Sie diese mit Hilfe des Produktansatzes in drei unabhängige Gln. (1 Punkt)

b.) Die abzählbar unendlich vielen Lösungen  $\psi_n(x_i)$ ,  $n \in N_0$ , für das eindimensionale Potenzial  $V(x_i) = V_0 x^2$  sind bekannt.

Die zugehörigen Energien lauten  $E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega$ ,  $n \in N_0$ .

Wie lauten die Energiewerte des gegebenen dreidimensionalen Oszillators? Welche Energiewerte sind entartet und welche sind nicht entartet? Finden Sie mindestens ein Beispiel für Symmetrie- und eines für zufällige Entartung. (1 Punkt)

**Präsenzaufgabe:** Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Elektron mit Hilfe des Tunneleffektes eine (rechteckige) Energiebarriere der Breite  $1 \text{ nm}$  durchdringt, dessen Potenzial um  $1 \text{ eV}$  grösser ist als die Elektronenenergie?

Wie groß wäre die gleiche Wahrscheinlichkeit für ein Auto der Masse  $1000 \text{ kg}$ , das eine parabelförmige Straßenerhöhung der Höhe  $0.5 \text{ m}$  und der Breite  $10 \text{ m}$  ohne Energieaufwand durchtunneln möchte?

**Verständnisfrage:** Was sagt die Kontinuitätsgleichung aus und in welchen physikalischen Situationen kommen Kontinuitätsgleichungen vor?