

**Theoretische Physik III für Lehramtskandidaten, WS 2010/11**  
**Blatt 10 zu den Übungen am 17. u. 19.1., Stefanie Russ**  
**Abgabe: Spätestens 14.1., 12 Uhr, Zi. 1.4.38 (persönlich oder Briefkasten)**

**Bitte geben Sie Ihre Übungsgruppe an!**

**Hausaufgaben:** (Je 2 Punkte.)

**1. Pauli-Matrizen:**

- a.) Untersuchen Sie, ob die Matrix  $\hat{\sigma}_+$  nichtverschwindende Eigenwerte besitzt und bestimmen Sie diese ggf. (0.5 Punkte)  
b.) Ein quantenmechanisches Teilchen befinde sich im Spinzustand

$$\frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

bezüglich der  $z$ -Achse. Normieren Sie diesen Zustand und berechnen Sie die Mittelwerte  $\langle s_x \rangle$ ,  $\langle s_y \rangle$  und  $\langle s_z \rangle$ . (0.5 Punkte)

- c.) Am Teilchen aus b.) soll nun die Spinkomponente in  $s_x$  gemessen werden. Welche Ergebnisse können bei dieser Messung auftreten und mit welcher Wahrscheinlichkeit treten sie jeweils auf? (1 Punkt)

**2. Matrixdarstellung der Drehimpulse:**

Nicht nur für Spins, sondern für beliebige Drehimpulse lassen sich die Zustände als Vektoren darstellen.

Betrachten Sie den (Bahn-)Drehimpuls mit  $\ell = 1, m \in \{-1, 0, 1\}$ . Die Zustandsvektoren bezüglich der  $z$ -Achse lassen sich schreiben als:

$$|\ell, m\rangle = |1, 1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1, 0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1, -1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- a.) Suchen Sie – analog zum Vorgehen bei der Darstellung der Spins – die passenden Matrizen für  $\hat{L}_z$ ,  $\hat{L}_+$ ,  $\hat{L}_-$ ,  $\hat{L}_x$  und  $\hat{L}_y$ . (1.5 Punkte)  
b.) Suchen Sie einen Zustand, bei dem die Wahrscheinlichkeit, bei einer Messung der  $z$ -Komponente des Drehimpulses den Wert  $m = 0$  zu finden,  $p = 0.3$  beträgt. (0.5 Punkte)

**Präsenzaufgaben:** Ein Elektron befinde sich im Spinzustand

$$\chi(\vec{s}) = A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

bezüglich der  $z$ -Achse. Mit welcher Wahrscheinlichkeit treten die verschiedenen Messwerte von  $\hat{s}_z$  jeweils auf und wie groß ist der Mittelwert?

**Verständnisfrage:** Was ist zu erwarten, wenn an einem Teilchen der Reihe nach die den folgenden Operatoren entsprechenden Messungen durchgeführt werden:  $\hat{S}^2$ ,  $\hat{S}_z$ ,  $\hat{S}^2$ ,  $\hat{S}_x$ ,  $\hat{S}^2$ ,  $\hat{S}_z$ ?