Theoretische Physik III für Lehramtskandidaten, WS 2010/11
Blatt 8 zu den Übungen am 3. u. 5.1., Stefanie Russ
Abgabe: Spätestens 17.12., 12 Uhr, Zi. 1.4.38 (persönlich oder Briefkasten)

Bitte geben Sie Ihre Übungsgruppe an!

Hausaufgaben: (Je 2 Punkte.)

1. Kommutatoren:

a.) Beweisen Sie $[\hat{A}, \hat{B}\hat{C}] = \hat{B}[\hat{A}, \hat{C}] + [\hat{A}, \hat{B}]\hat{C}$ (Gl. (4.18a)). (0.5 Punkte)

b.) Berechnen Sie explizit (ohne Verwendung von Gl. (4.18)) den Kommutator: (1.5 Punkte)

$$[\hat{L}_x^2, \hat{p}_y].$$

2. Orthogonalsysteme:

Auch die Eigenfunktionen $Y_{\ell,m}$ der Drehimpulsoperatoren $\hat{L}^2$, $\hat{L}_z$ bilden ein Orthonormalsystem (bezogen auf die Integration der Winkelvariablen). Zeigen Sie

$$\text{(a)} \qquad \int\int |Y_{\ell,m}|^2 \sin\vartheta \, d\vartheta d\varphi = 1$$

für $Y_{\ell,m} \in \{Y_{10}, Y_{20}\}$ (1 Punkt)und

$$\text{(b)} \qquad \int\int Y^*_{\ell_1,m_1} Y_{\ell_2,m_2} \sin\vartheta \, d\vartheta d\varphi = 0$$

für die Kombination aus Y_{10} und Y_{20} (0.5 Punkte).
Die Integrale laufen jeweils über den gesamten Winkelbereich.
c.) Begründen Sie (1-2 Sätze reichen), dass die Operatoren $\hat{L}^2$ und $\hat{L}_z$ hermitesch sind. (Die Hermitizität von $\hat{p}$ und $\hat{r}$ dürfen Sie voraussetzen.) (0.5 Punkte)

Hinweise: Es gilt

$$Y_{20} = \sqrt{\frac{5}{16\pi}} \left(3\cos^2\vartheta - 1\right).$$

Y_{10} ist im Skript angegeben.
Alle benötigten Stammfunktionen lassen sich leicht erraten.

Präsenzaufgabe:

Zeigen Sie, dass für einige Kugelflächenfunktionen Ihrer Wahl, dass sie Eigenfunktionen Eigenfunktionen zu $\hat{L}^2$ und $\hat{L}_z$ sind.

Verständnisfrage: Warum besitzt ein Elektron im Wasserstoffatom (abgesehen vom Spin) nur drei Quantenzahlen?