Theoretische Physik für LAK II: Übung 2

von
Naja v. Schmude (4127652), Gruppe: II

Aufgabe 1

a) Es ist die Gesamtkraft auf Ladung Q_1 zu berechnen.

$$\begin{aligned}
\vec{F_1} &= \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0}\left(Q_2\frac{\vec{P_1}-\vec{P_2}}{|\vec{P_1}-\vec{P_2}|^3}+Q_3\frac{\vec{P_1}-\vec{P_3}}{|\vec{P_1}-\vec{P_3}|^3}+Q_4\frac{\vec{P_1}-\vec{P_4}}{|\vec{P_1}-\vec{P_4}|^3}\right)\\
&= \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0}\left(2q_0\frac{(-a_0,0,-a_0)}{|(-a_0,0,-a_0)|^3}-q_0\frac{(a_0,a_0,0)}{|(a_0,a_0,0)|^3}-2q_0\frac{(a_0,0,a_0)}{|(a_0,0,a_0)|^3}\right)\\
&= \frac{q_0^2}{4\pi\epsilon_0}\left(2\frac{(-a_0,0,-a_0)}{(2a_0^2)^{3/2}}-\frac{(a_0,a_0,0)}{(2a_0^2)^{3/2}}-2\frac{(a_0,0,a_0)}{(2a_0^2)^{3/2}}\right)\\
&= \frac{q_0^2}{4\pi\epsilon_0 * (2a_0^2)^{3/2}}(-5a_0,-a_0,-4a_0)
\end{aligned}$$

b) Das elektrische Feld sieht wie folgt aus:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(2q_0\frac{\vec{r}-(2a_0,0,a_0)}{|\vec{r}-(2a_0,0,a_0)|^3}-q_0\frac{\vec{r}-(0,-a_0,0)}{|\vec{r}-(0,-a_0,0)|^3}-2q_0\frac{\vec{r}-(0,0,-a_0)}{|\vec{r}-(0,0,-a_0)|^3}\right)$$

Am Punkt P_1 ist es dann folgendermaßen:

$$\begin{aligned}
\vec{E}(\vec{P_1}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(2q_0\frac{(-a_0,0,-a_0)}{(2a_0^2)^{3/2}}-q_0\frac{(a_0,a_0,0)}{(2a_0^2)^{3/2}}-2q_0\frac{(a_0,0,a_0)}{(2a_0^2)^{3/2}}\right)\\
&= \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 * (2a_0^2)^{3/2}}(-5a_0,-a_0,-4a_0)
\end{aligned}$$

c)

Aufgabe 2

a) Die karesischen Koordinaten sollen in Kugelkoordinaten umgerechnet werden.

$$\begin{aligned}
P_1 &= (0,0,1)_{xyz} = (1, undefiniert(0), 0)_{r\phi\theta}\\
P_2 &= (0,1,0)_{xyz} = (1,\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})_{r\phi\theta}
\end{aligned}$$

b) Jetzt sollen die Kugelkoordinaten in kartesische Koordinaten umgewandelt werden. Formel: $x = r\sin\theta\cos\phi, y = r\sin\theta\sin\phi, z = r\cos\theta$.

$$\begin{aligned}
P_1 &= (1,\frac{\pi}{2},0)_{r\theta\pi} = (1,0,0)_{xyz}\\
P_2 &= (1,0,0)_{r\theta,\phi} = (0,0,1)_{xyz}
\end{aligned}$$

c) Es sind die folgenden Integrale zu berechnen:

$$\int_{-1}^{1} \sin(x)\cos(x)\delta(x - \frac{\pi}{4})dx = \sin(\frac{\pi}{4})\cos(\frac{\pi}{4})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2\delta(x - \frac{3\pi}{2})dx = \frac{9\pi^2}{4}$$