Theoretische Physik für LAK 1: Übung 11

von
Naja v. Schmude (4127652), Gruppe: Montag

Aufgabe 1

Um zu zeigen, dass der Schwerpunkt $\vec{R}$ auf der Verbindungslinie $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ liegt, kann das durch die Vektoren $\vec{r}_2$ und $\vec{R}$ ($\vec{r}_1$ geht natürlich auch) aufgespannte Dreieck betrachtet werden. Man betrachte nun die Verbindungslinie dieser beiden Vektoren $\vec{z} = \vec{R} - \vec{r}_2$. Wenn $\vec{R}$ auf $\vec{r}$ seinen Endpunkt hat, dann muss $\vec{z}$ folglich den um einen bestimmten Faktor gestauchten Vektor $\vec{r}$ gleichen, d.h. sie liegen dann aufeinander. Um dies zu Überprüfen, berechnen wir nun $\vec{z}$:

$$\begin{aligned}
\vec{z} &= \vec{R} - \vec{r}_2 \\
&= \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2} - \vec{r}_2 \\
&= \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 - (m_1 + m_2)\vec{r}_2}{m_1 + m_2} \\
&= \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 - m_1\vec{r}_2 - m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2} \\
&= \frac{m_1\vec{r}_1 - m_1\vec{r}_2}{m_1 + m_2} \\
&= \frac{m_1}{m_1 + m_2}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \\
&= \frac{m_1}{m_1 + m_2}\vec{r}
\end{aligned}$$

$\vec{z}$ liegt nun also auf der Verbindungslinie von $\vec{r}_1$ und $\vec{r}_2$. Damit also auch der Schwerpunkt, was wir zeigen wollten.

Aufgabe 2

Es sollen ein paar Daten zum Halley'schen Kometen berechnet werden. Gegeben ist dabei die Umlaufzeit von $T = 76a = 2,396736 * 10^9 s$ und der Perihelabstand von $r_{min} = 0,587AE = 8,78152 * 10^{10} m$.

a) Zunächst wird die große Halbachse a_H des Halley'schen Kometen berechnet. Wir wissen, dass $T = 2\pi\sqrt{\frac{a_H^3}{\gamma * M}}$ gilt, wobei M die Sonnenmaße ist mit $M = 1,989 * 10^{30} kg$ und die Gravitationskonstante $\gamma = 6,67428 * 10^{-11} \frac{m^3}{kg * s^2}$.

$$\begin{aligned}
a_H &= \sqrt[3]{\frac{T^2}{4\pi^2} * \gamma M} \\
&= \sqrt[3]{\frac{(2,396736 * 10^9 s)^2}{4\pi^2} * 6,67428 * 10^{-11} \frac{m^3}{kg * s^2} * 1,989 * 10^{30} kg} \\
a_H &= 2,68312 * 10^{12} m = 17,934 AE
\end{aligned}$$

b) Die numerische Exzentrizität ergibt sich aus den Werten für r_{min} und r_{max} (Siehe Aufgabenteil d)). Zunächst bestimmt man den Wert der Konstante k.

$$\begin{aligned}
r_{min} &= \frac{k}{1+\epsilon} \\
r_{max} &= \frac{k}{1-\epsilon} \\
\epsilon &= \frac{k}{r_{min}} - 1 \quad \text{Einsetzen in } r_{max} \\
r_{max} &= \frac{k}{1 - \frac{k}{r_{min}} + 1} \\
r_{max} * \left(2 - \frac{k}{r_{min}}\right) &= k \\
2r_{max} - k\frac{r_{max}}{r_{min}} &= k \\
2r_{max} &= k + k\frac{r_{max}}{r_{min}} \\
2r_{max} &= k\left(1 + \frac{r_{max}}{r_{min}}\right) \\
k &= \frac{2r_{max}}{1 + \frac{r_{max}}{r_{min}}} \\
k &= \frac{2 * 35,2834AE}{1 + \frac{35,2834AE}{0,587AE}} \\
k &= 1,154788AE
\end{aligned}$$

Jetzt kann man das eben berechnete k in eine der oben genannten Gleichungen für ϵ einsetzen.

$$\begin{aligned}
\epsilon &= \frac{k}{r_{min}} - 1 \\
&= \frac{1,154788AE}{0,587AE} - 1 \\
&= 0,96727
\end{aligned}$$

c) Die kleine Halbachse b_H ergibt sich über $b = \frac{k}{\sqrt{1-\epsilon^2}}$

$$\begin{aligned}
b &= \frac{k}{\sqrt{1-\epsilon^2}} \\
&= \frac{1,154788AE}{\sqrt{1-0,96727^2}} \\
&= 4,5509AE
\end{aligned}$$

d) Der Aphelabstand r_{max} ergibt sich aus der großen Halbachse und dem Perihelabstand:

$$\begin{aligned}
2a_H &= r_{min} + r_{max} \\
r_{max} &= 2a_H - r_{min} \\
r_{max} &= 2 * 2,68312 * 10^{12}m - 8,78152 * 10^{10}m \\
&= 5,2784 * 10^{12}m = 35,2834AE
\end{aligned}$$

e)