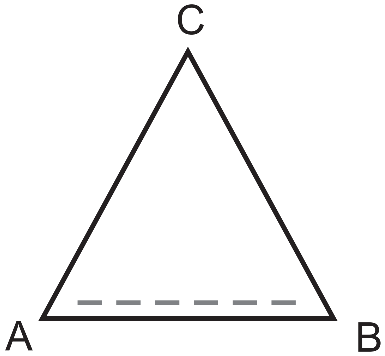
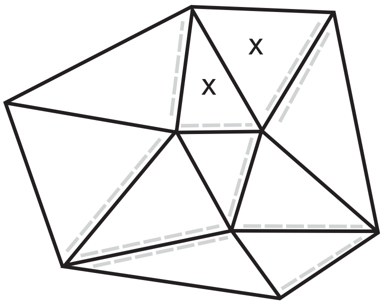
Abgabe in der Vorlesung am 25.01.2011

Aufgabe 17 : Rivara Verfeinerung

Gegeben sind die beiden Triangulierungen:



(a)



(b)

(a) Skizziere die Unterteilung nach 3 Rivara-Verfeinerungsschritten für die Triangulierung aus Abb. (a).

(b) Berechne die baryzentrischen Koordinaten des Schwerpunktes des Dreiecks, welches nach dem letzten Unteteilungsschritt den Punkt A enthält, im Ursprungsdreieck für die Triangulierung aus Abb. (a).

(c) Skizziere die Unterteilung nach einem Rivara Schritt für die mit x markierten Dreiecke für die Triangulierung aus Abb. (b).

Aufgabe 18 : Quadratische Interpolation

Es seien die folgenden drei geschlossenen Polygonzüge gegeben durch die Punkte:

$$\begin{aligned} A &:= \left[\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}\right] \\ B &:= \left[\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}\right] \\ C &:= \left[\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}\right] \end{aligned}$$

Zwischen A, B und C soll so mit einer Interpolationsfunktion

$$P : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2,\ t \mapsto P(t)$$

quadratisch interpoliert werden, dass $P(0) = A$, $P(\frac{1}{2}) = B$ und $P(1) = C$ ist.
Allgemein ist eine Polynominterpolation n-ten Grades darstellbar als

$$P(x) = \sum_{i=0}^{n} p_i \prod_{k=0, k\neq i}^{n} \frac{t - t_k}{t_i - t_k}.$$

(a) Stelle das Interpolationpolynom auf!
(b) Berechne die Polynome für $t = \frac{1}{4}$ und $t = \frac{3}{4}$!
(c) Zeichne alle 5 Formen: A, $P(\frac{1}{4})$, B, $P(\frac{3}{4})$ und C
Bitte nebeneinander zeichnen, nicht alles in einem Bild!