Tutor: Max 10.1.11

Scientific Visualization
Übung 8

Naja von Schmude
Lisa Dohrmann

$\frac{10}{9}$

Aufgabe 15

a) Wir betrachten die äußeren und die inneren Ecken zunächst getrennt.

Äußere Ecken P_{Ai} : $K(P_{Ai}) = 2\pi - (2 \cdot \frac{\pi}{2} + 2\frac{\pi}{4}) = \frac{\pi}{2}$

$$K(P_A) = \sum_{i=1}^{8} K(P_{Ai}) = 8 \cdot \frac{\pi}{2} = 4\pi$$

Innere Ecken P_{Ii} : $K(P_{Ii}) = 2\pi - (2 \cdot \frac{\pi}{2} + 2 \cdot \frac{3}{4}\pi)$

$$= 2\pi - \frac{5}{2}\pi = -\frac{\pi}{2}$$

$$K(P_I) = \sum_{i=1}^{8} K(P_{Ii}) = 8 \cdot (-\frac{\pi}{2}) = -4\pi$$

Für die Gesamtkrümmung ergibt sich

$$K(\text{Torus}) = K(P_A) + K(P_I) = 0$$

✓

b) Geschlecht g der Brezel ist $g = 3$, da sie drei "Löcher" hat. Damit ist die Eulercharakteristik

$$\chi(\text{Brezel}) = 2 - 2g = 2 - 6 = -4$$

Für die Krümmung ergibt sich nach dem Satz von Gauß-Bonnet:

$$K(\text{Brezel}) = 2\pi \cdot \chi(\text{Brezel}) = 2\pi \cdot (-4) = -8\pi$$

✓

c) Der Császár-Torus hat Eulercharakteristik 0, damit ergibt sich für die totale Gaußkrümmung

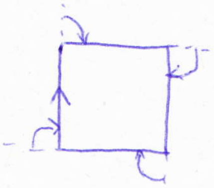
$$K(\text{Császár}) = 2\pi \cdot \chi(\text{Császár}) = 2\pi \cdot 0 = 0$$

✓

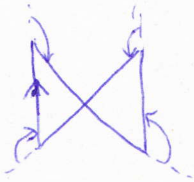
$\frac{5}{4}$

Aufgabe 16

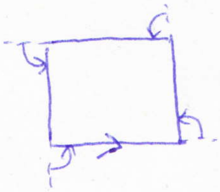
a)



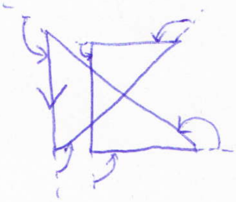
$K(P) = 4 \cdot \left(-\frac{\pi}{2}\right) = -2\pi$ ✓



$K(Q) = -\frac{3\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} - \frac{3\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} = 0$ ✓ (selbes Ergebnis in andere Laufrichtung)



$K(R) = 4 \cdot \frac{\pi}{2} = 2\pi$ ✓



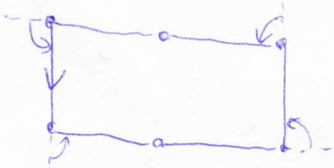
$K(S) = \frac{3\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} = 4\pi$ ✓

b) Folgende Regel lässt sich ableiten:

- Pro Windung im Uhrzeigersinn ergibt sich -2π als Krümmung
- Pro Windung gegen den Uhrzeigersinn ergibt sich 2π als Krümmung

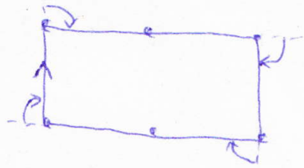
Dies lässt sich ganz leicht an Aufgabe a) nachvollziehen, in P und R hat man jeweils eine Windung und in S zwei. ✓

c) 1.



$K(1.) = 4 \cdot \frac{\pi}{2} + 2 \cdot 0 = 2\pi$ ✓

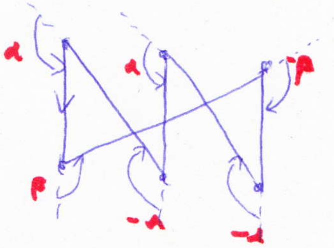
2.



$K(2.) = 4 \cdot \left(-\frac{\pi}{2}\right) + 2 \cdot 0 = -2\pi$ ✓

6/6

3.



$K(3.) = \frac{3\pi}{4} - \frac{3\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} - \frac{3\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} - \frac{3\pi}{4} = 0$ ✓

Der Zeichnung nach macht α = β wenig Sinn, aber Prinzip stimmt natürlich