

Aufgabe 5 Es bezeichnet jeweils  $v = \# \text{Ecken}$ ,  $e = \# \text{Kanten}$ ,  $f = \# \text{Flächen}$

a) Der Császár-Torus hat 7 Ecken, 21 Kanten, 14 Flächen

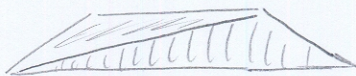
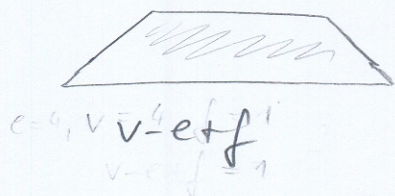
$$\Rightarrow \chi(\text{Császár}) = v - e + f = 7 - 21 + 14 = 0$$

b) Für eine simpliziale Fläche  $B$  ohne Rand gilt  $3f = 2e$ , also hier mit  $f = 20 \Rightarrow e = \frac{3}{2}f = 30$

$$\Rightarrow \chi(B) = 12 - 30 + 20 = 2$$

(Ein Ikosaeder ist z.B. eine solche Fläche)

c) Betrachte jeweils ein Viereck der gegebenen Fläche  $C$ :



$$= v - (e+1) + (f+1) = v - e + f$$

Durch Hinzufügen einer Diagonalen und Zerteilung der Fläche wird  $e$  &  $f$  jeweils um 1 erhöht und die EC bleibt gleich.

□

$$\chi(C) = v - e + f = 40 - 96 + 48 = -8$$

(Man kann  $\chi$  mit Kenntnis des Genus  $g$  (Anzahl der Löcher) auch einfacher erhalten:  $\chi(C) = 2 - 2g = -8$ , da  $g = 5$ .)

d) Für eine Fläche mit vielen Dreiecken gilt bei kleinem  $\chi$ :  $e \approx 3v$

Bei einem Torus gilt sogar  $e = 3v$ , also hier  $e = 3 \cdot 1200 = 3600$

e)  $\chi(\text{Punkt}) = 1$

$\chi(\text{Kante}) = 2 - 1 = 1$

$\chi(\text{Dreieck}) = 3 - 3 + 1 = 1$



Die Objekte können nicht bijektiv aufeinander abgebildet werden, also existiert keine simpliziale Abbildung zwischen ihnen.