
Abgabe in der Vorlesung am 30.11.2010**Aufgabe 9 : Wavelets**

Die Zahlenfolge

$$[4, 8, 6, 2, -2, -1, 0, 3]$$

beschreibt eine 1-dimensionale Funktion bezüglich der Pixelbasis Φ_i^3 von V^3 .

- (a) Beschreibe die Funktion bezüglich der Haarbasisfunktionen in $V^0 \oplus W^0 \oplus W^1 \oplus W^2$.
- (b) Komprimiere die transformierte Funktion möglichst effizient nach dem Waveletkompressionsverfahren, so dass der L^2 -Fehler kleiner als zwei ist. Wie lauten die Koeffizienten dieser komprimierten Funktion? Wie groß ist der Fehler?
- (c) Beschreibe die komprimierte Funktion bezüglich der Basis von V^3 und berechne den L^2 -Fehler zur ursprünglichen Funktion.

Aufgabe 10 : Faltung

Gegeben ist der in Tabelle 1 dargestellte Bildausschnitt. Wende auf die markierten Pixel die folgenden Filter an:

- (a) 1 x Boxfilter (auf grau und schwarz anwenden)
- (b) 2 x Boxfilter aus (a) (grau und schwarz)
- (c) 1 x Dachfilter (schwarz)
- (d) 1 x Laplacefilter (grau und schwarz)
- (e) Im glatten Fall ist die Faltung $f * g$ von $f, g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{C}$ gegeben durch

$$(f * g)(s) := \int_{\mathbb{R}^n} f(x)g(s - x) \, dx.$$

Sei

$$\mathbf{1}_{(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})} := \begin{cases} 1 & , |x| < \frac{1}{2}, \\ 0 & , \text{sonst.} \end{cases}$$

Bestimme $(\mathbf{1}_{(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})} * \mathbf{1}_{(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})})(s)$ und skizziere das Ergebnis.

24	24	24	24	24	24
24	24	24	24	24	24
24	24	24	24	24	24
12	12	12	24	24	24
12	12	12	24	24	24
12	12	12	24	24	24

Tabelle 1: Bildpixel

$\frac{1}{9}$	<table><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	$\frac{1}{81}$	<table><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>4</td><td>2</td></tr><tr><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>6</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>4</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr></table>	1	2	3	2	1	2	4	6	4	2	3	6	9	6	3	2	4	6	4	2	1	2	3	2	1	$\frac{1}{8}$	<table><tr><td>0</td><td>-1</td><td>0</td></tr><tr><td>-1</td><td>4</td><td>-1</td></tr><tr><td>0</td><td>-1</td><td>0</td></tr></table>	0	-1	0	-1	4	-1	0	-1	0
1	1	1																																														
1	1	1																																														
1	1	1																																														
1	2	3	2	1																																												
2	4	6	4	2																																												
3	6	9	6	3																																												
2	4	6	4	2																																												
1	2	3	2	1																																												
0	-1	0																																														
-1	4	-1																																														
0	-1	0																																														

Tabelle 2: Boxfilter, Dachfilter, Laplacefilter