

1. Aufgabe

Für kleine Auslenkungen gilt

$$\begin{aligned}\ddot{s} + \frac{g}{l}\vec{s} &= 0 \\ -A\omega^2 \cos(\omega t + \phi) + \frac{g}{l}A \cos(\omega t + \phi) &= 0 \\ -\omega^2 + \frac{g}{l} &= 0 \\ \Rightarrow \omega &= \sqrt{\frac{g}{l}}\end{aligned}$$

Zudem ist bekannt, dass $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{\frac{\omega}{2\pi}} = \frac{2\pi}{\omega}$.

Für das Hemmpendel muss nun also gelten

$$\begin{aligned}T_{ges} &= \frac{T_l}{2} + \frac{T_r}{2} = \frac{\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l_l}}}}{2} + \frac{\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l_r}}}}{2} = \frac{\pi}{\frac{\sqrt{g}}{\sqrt{l_l}}} + \frac{\pi}{\frac{\sqrt{g}}{\sqrt{l_r}}} \\ &= \frac{\pi}{\sqrt{g}}(\sqrt{l_l} + \sqrt{l_r}) \\ &= \frac{\pi}{\sqrt{9,81 \frac{m}{s^2}}}(\sqrt{0,15m} + \sqrt{0,2m}) \\ &= 0,84s\end{aligned}$$

Die Schwingdauer des Hemmpendels beträgt 0,84s.

2. Aufgabe

a) Die Masse des Gewichts an dem Federpendel ist gesucht. Es gilt $\omega = 2\pi * f = 2\pi * 5,5Hz = 11\pi \frac{rad}{s}$.

$$\begin{aligned}w &= \sqrt{\frac{D}{m}} \\ \Rightarrow m &= \frac{D}{\omega^2} \\ m &= \frac{1800 \frac{N}{m}}{(11\pi \frac{rad}{s})^2} = 1,51kg\end{aligned}$$

Die Masse, die am Pendel hängt, beträgt ca. 1,5kg.

b) Es gilt

$$\begin{aligned} F &= -Ds(t) \\ m * a(t) &= -Ds(t) \\ m * \ddot{s} &= -Ds(t) \\ \Rightarrow s''(t) &= -\frac{D}{m}s(t) \\ -s_0 * \omega^2 \cos(\omega t + \phi) &= -\frac{D}{m}s_0 \cos(\omega t + \phi) \end{aligned}$$

Demnach ergibt sich also als Differentialgleichung für diese Schwingung

$$\begin{aligned} s(t) &= s_0 \cos(\omega t + \phi) \\ s(t) &= 0,025m \cos(11\pi \frac{\text{rad}}{s} t) \end{aligned}$$

c) Die Rückstellkraft ist im ausgelenkten Zustand gleich der Gewichtskraft. Daraus ergibt sich dann die oben gezeigte Herleitung.

Es ist gerade diese trigonometrische Funktion, weil bei denen die zweite Ableitung der Funktion entspricht, also

$$(\cos(\omega t + \phi))'' = (-\omega \sin(\omega t + \phi))' = -\omega^2 \cos(\omega t + \phi)$$

(Den Sinus könnte man natürlich auch nehmen, da Cosinus und Sinus nur zueinander verschoben sind entlang der x-Achse).

d) Die Gleichung der Auslenkung z des Körpers entspricht ja der oben genannten Bewegungsgleichung $s(t) = 0,025m \cos(11\pi \frac{\text{rad}}{s} t)$. Geschwindigkeit und Beschleunigung sind bekanntlich die erste und zweite Ableitung davon.

$$\begin{aligned} v(t) = \dot{s} &= -0,025m * (11\pi \frac{\text{rad}}{s}) \sin(11\pi \frac{\text{rad}}{s} t) = -0,275\pi \frac{m}{2\pi s} \sin(11\pi \frac{\text{rad}}{s} t) \\ &= -0,1375 \frac{m}{s} \sin(11\pi \frac{\text{rad}}{s} t) \\ a(t) = \ddot{s} &= -0,025m * (11\pi \frac{\text{rad}}{s})^2 \cos(11\pi \frac{\text{rad}}{s} t) = -0,025m * (5,5 \frac{1}{s})^2 \cos(11\pi \frac{\text{rad}}{s} t) \\ &= -0,75625 \frac{m}{s^2} \cos(11\pi \frac{\text{rad}}{s} t) \end{aligned}$$

