

1. Aufgabe

a)

b) Nein, der Gesamtimpuls des Systems Junge-Mann ändert sich nicht, da von außen keine resultierende Kraft einwirkt. Demnach bleibt die Geschwindigkeit des Massenmittelpunktes (als s in der Grafik markiert) konstant und somit der Gesamtimpuls erhalten.

c) Da wie in b) erklärt sich der Gesamtimpuls nicht ändert, gilt

$$p_{ges_{vor}} = p_{ges_{nach}} \text{ mit } p_{ges_{vor}} = p_M + p_J = 70kg * 0\frac{m}{s} + 35kg * 0\frac{m}{s} = 0Ns$$

Nach dem Abstoßen besitzt der Mann eine Geschwindigkeit von $0,3\frac{m}{s}$ und demnach einen Impuls von

$$p_{M_{nach}} = 70kg * 0,3\frac{m}{s} = 21Ns$$

Aus $p_{ges_{nach}} = 0$ kann die Geschwindigkeit des Jungen nach dem Abstoßen berechnet werden:

$$p_{ges_{nach}} = p_{M_{nach}} + p_{J_{nach}} = 0$$

$$0 = 21Ns + 35kg * v_J$$

$$-21\frac{kg * m}{s} = 35kg * v_J$$

$$v_J = -0,6\frac{m}{s}$$

Der Junge bewegt sich also mit $0,6\frac{m}{s}$ entgegengesetzt zum Mann. Es kann jetzt die nach fünf Sekunden zurückgelegte Strecke für den Jungen und den Mann einzeln berechnet werden:

$$s_M(5s) = v_M * 5s = 0,3\frac{m}{s} * 5s = 1,5m$$

$$s_J(5s) = v_J * 5s = -0,6\frac{m}{s} * 5s = -3m$$

Die Gesamtentfernung der beiden ergibt sich also aus den addierten Beträgen:

$$s_{ges} = |s_J| + |s_M| = 3m + 1,5m = 4,5m$$

Die beiden stehen nach fünf Sekunden $4,5m$ voneinander entfernt.

2. Aufgabe

a) Für elastische Stöße auf ein ruhendes Objekt gilt

$$u_{1,f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

$$u_{2,f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Für $m_1 = m$, $m_2 = 3m$ ergibt sich demnach

$$u_{1,f} = \frac{m - 3m}{m + 3m} v_1 = \frac{-2m}{4m} v_1 = -\frac{1}{2} v_1$$

$$u_{2,f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{2m}{m + 3m} v_1 = \frac{1}{2} v_1$$

Die beiden Kugeln haben nun also beide vom Betrag die selbe Geschwindigkeit, die der Hälfte der ursprünglichen Geschwindigkeit von m_1 entspricht. Allerdings bewegt sich m_1 nun entgegengesetzt der ursprünglichen Richtung.

b) Für unelastische Stöße gilt für die Geschwindigkeit nach dem Stoß beider Massen

$$u_f = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Für $m_1 = m$, $m_2 = 3m$ ergibt sich demnach

$$u_f = \frac{m}{m + 3m} v_1 = \frac{m}{4m} v_1 = \frac{1}{4} v_1$$

Die kinetische Energie berechnet sich durch

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$$

und beläuft sich vor dem Stoß für m_1 auf $E_{kin_1} = \frac{1}{2} m v_1^2$ und für m_2 auf $E_{kin_2} = 0$, da diese Masse in Ruhe ist.

Die kinetische Energie vor dem Stoß beläuft sich also auf $E_{kin_1} + E_{kin_2} = \frac{1}{2} m v_1^2$.

Die kinetische Energie nach dem Stoß beläuft sich auf

$$E_{kin_{1f}} = \frac{1}{2} m u_f^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{1}{4} v_1 \right)^2 = \frac{1}{32} m v_1^2$$

$$E_{kin_{2f}} = \frac{1}{2} 3m u_f^2 = \frac{1}{2} 3m \left(\frac{1}{4} v_1 \right)^2 = \frac{3}{32} m v_1^2$$

Insgesamt ergibt sich hier also

$$E_{kin_{1f}} + E_{kin_{2f}} = \frac{1}{32} m v_1^2 + \frac{3}{32} m v_1^2 = \frac{1}{8} m v_1^2$$

Im Vergleich zu der Energie vorher tritt eine Differenz von $\frac{3}{8} m v_1^2$ auf. Dies entspricht ca. 37 % der ursprünglichen kinetischen Energie. Da in einem geschlossenen System keine Energie verloren geht, muss dieser Teil also in thermische oder Verformungsenergie umgewandelt worden sein.

3. Aufgabe

a) Es gilt $a = -g$, $s_0 = 1000m$. Durch das Weg-Zeit-Gesetz kann zuerst die für den freien Fall benötigte Zeit berechnet werden und daraus auf die Geschwindigkeit geschlossen werden.

$$\begin{aligned} s(t) &= \frac{1}{2}at^2 + v_0t + s_0 \\ &= \frac{1}{2} - gt^2 + 1000m \\ 0 &= \frac{1}{2} - gt^2 + 1000m \\ 2000m &= gt^2 \\ t &= 14,278s \\ v(t) &= at + v_0 \\ &= -gt \\ v(14,278) &= -g * 14,278s \\ v &= -140,07 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

Die Aufprallgeschwindigkeit liegt also bei $140 \frac{m}{s}$, ohne Luftwiderstand.

b) Die kinetische Energie der Kiste vor dem Aufprall ergibt sich als

$$E_{kin} = \frac{1}{2} * mv^2 = \frac{1}{2} 90kg * \left(140,07 \frac{m}{s}\right)^2 = 882882,22J$$

Da man den Aufprall auf die Erde als unelastischen Stoß auf ein ruhendes Objekt bezeichnen kann, folgt als Geschwindigkeit der Massen nach dem Stoß

$$u_f = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{90kg}{90kg + m_E} 140,07 \frac{m}{s} = 3,00 * 10^{-15} \frac{m}{s} \quad \text{mit } m_E = 5,97 * 10^{24}kg$$

Jetzt kann mit der Geschwindigkeit die kinetische Energie nach dem Stoß der Kiste berechnet werden:

$$E_{kin_{nach}} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} * 90kg * \left(3 * 10^{-15} \frac{m}{s}\right)^2 = 4,05 * 10^{-28}J$$

Da der Energieerhaltungssatz gilt, muss also die Energiedifferenz in Verformungs- bzw. Wärmeenergie umgewandelt worden sein. Da die kinetische Energie nach dem Stoß minimal ist, werden also fast 100% umgewandelt.

Der meiste Teil wird auch in thermische Energie umgewandelt, da durch den Aufprall Reibung entsteht, und bekanntlich wird Reibungsarbeit restlos in Wärme umgewandelt.