# Vorlesungsmitschrift zu Physik für Nebenfächler

Naja v. Schmude
www.najas-corner.de/wordpress

16. Januar 2008

# Inhaltsverzeichnis

# 1. Vorlesung, 16.10.2007

Link zu Vorlesung `http://www.physik.fu-berlin.de/~alexiev/teaching_20800ws2007.html`

Ihre Empfehlung: Tippler, Physik

# 2. Vorlesung, 18.10.2007

## 2.1. Auflösung Fragebogen

1. Eine Funktion ist eine eindeutige Zuordnungsvorschrift.
2. Die Ableitung berechnet die lokale Änderungen von Funktionen (Änderung von $x$ bezogen auf die Änderung von $y$). Geometrisch ist das die Steigung der Tangente.

$$f(x) = ax \Rightarrow' (x) = \frac{dx}{dy} = a$$

3. Summe von infinitesimalen Elementen,z.B. $dx$
Lineare Abbildung,die einer Funktion in einem gegebenen Integralbereich einen Zahlenwert zuordnet. Geometrisch ist das der Flächeninhalt unter einer Kurve.
4. Ein Vektor ist mathematisches Objekt, welches durch Richtung und Länge gekennzeichnet ist.
5. Resonanz ist die erzwungene Mitschwingung eines schwinungfähigen Systems bei konstanter periodischer Anregung mit der Eigenfrequenz des schwinungsfähigen Systems.
6. Die spezifische Wärmekapazität ist die Energie, die einem Körper aus einem bestimmtem Stoff, bezogen bla bla bla
7. Elektrische Spannung ist der Ladungsunterschied zwischen zwei elektrisch geladenen Polen.

$$R = \frac{U}{I} = \frac{220V}{273mA} = 805,86\Omega$$

$$P = UI = 220V * 273mA \approx 60W$$

8. Bei konstanter Beschleunigung aus der Ruhe heraus erreicht ein Fahrzeu nach 20m die Geschwindigkeit von 4m/s. Wie lange dauert dieser Vorgang?

$$s = 1/2at^2, v = at \rightarrow t = v/a, s = 1/2a(v/a)^2 = 1/2v^2/a \rightarrow a = 1/2v^2/s = 0,4m/s^2$$

$$t = v/a = 10s$$

## 2.2. Einführung in die Physik und mathematische Hilfsmittel

**Physikalisches System** Teilbereich der Umwelt, welcher durch physikalische Größen beschreibbar ist.

**Physikalische Größe** $Groesse = (Masszahl) * [Einheit]$

# 3. Vorlesung, 23.10.2007

Bestimmung von physikalischen Größen mittels

**Beobachtung**

**Messung** durch Definition der Messgröße, Wahl einer Maßeinheit, Vereinbarung einer Messvorschrift zur Feststellung wie viele Male die Einheit in der zu messenden Größe vorhanden ist.

**Physikalische Gesetze** Aussage über Beziehung zwischen physikalischen Größen.

### 3.0.1. Grundgrößen und Grundeinheiten

Die sieben SI-Einheiten

| Größe | Einheit |
|---|---|
| Länge $l$ | 1 Meter $m$ |
| Zeit $t$ | 1 Sekunde $s$ |
| Masse $m$ | 1 Kilogramm $kg$ |
| Elektrische Stromstärke $I$ | 1 Ampere $A$ |
| (Absolute) Temperatur $T$ | 1 Kelvin $K$ |
| Teilchenmenge $n$ | 1 Mol $mol$ |
| Lichtstärke $I$ | 1 Candela $cd$ |

Volt setzt sich z.B. aus Meter, Sekunde, Kilogramm und Ampere zusammen:

$$1V = m^2 * kg * s^{-3} * A^{-1}$$

## 3.1. Kapitel 1: Mechanik

### 3.1.1. Kinematik - Phyik der Bewegung

D.h. wir gucken uns die örtliche Verschiebung eines Objektes bezogen auf einen Bezugssystems an.
Unser Bezugssystem wird, wenn nicht weiter spezifiziert, die Erde sein.

### 3.1.2. Die gradlinige Bewegung (Translation)

**Ort mit Verschiebung** $\Delta x = x_2 - x_1$ oder $\Delta s = s_2 - s_1$

**Durchschnittsgeschwindigkeit** $v_{gem} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

**Momentangeschwindigkeit** Berechne die Änderung vom Weg nach der Änderung der Zeit. Dies ist gerade die Ableitung des Weges nach der Zeit.

$$v(t) = f' = \frac{ds(t)}{dt} = \dot{s}(t)$$

**Durchschnittsbeschleunigung** $a_{gem} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

**Momentanbeschleunigung** Berechne die Änderung von der Geschwindigkeit nach der Änderung der Zeit (und schon wieder die Ableitung)

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2 s(t)}{(dt)^2}$$

**Gradlinig gleichförmige Bewegung** Bei dieser Bewegung bleibt die Geschwindigkeit konstant $v = v_0$, die Beschleunigung ist also $a = 0$. Die zurückgelegte Strecke verhält sich linear.

$$s(t) = v_0 * t + s(0)$$

**Gleichmäßig beschleunigte Bewegung** Hier ist die Beschleunigung konstant, also $a = a_0$. Demnach steigt die Geschwindigkeit linear.

$$v(t) = a_0 * t + v(0)$$
$$s(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v(0)t + s(0)$$

# 4. Vorlesung, 25.10.2007

### 4.0.3. Der freie Fall

Ein frei fallender Körper bewegt sich mit konstanter Beschleunigung der Fallbeschleunigung

$$g = 9,81\frac{m}{s^2}$$

in der Nähe der Erdoberfläche.

**Fallgesetz** $a$ ist konstant. Also $a = \frac{dv}{dt} = g$. Dies ist eine Differentialgleichung

Jetzt ist die Frage, wie kann ich hieraus das Weg-Zeit-Gesetz bilden?

$$\begin{aligned}
g &= \frac{dv}{dt} \\
gdt &= dv \quad \Big| \int \\
g\int dt &= \int dv \\
gt + c_1 &= v + c_2 \quad \text{mit Anfangsbedingung } t_0 = 0, v_0 = 0 \\
gt &= \frac{ds}{dt} \\
gtdt &= ds \quad \Big| \int \\
g\int tdt &= \int ds \\
\frac{1}{2}gt^2 + c_1 &= s + c_2 \quad \text{mit Anfangsbedingung } v_0 \neq 0, s_0 \neq 0 \\
s &= \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + s_0
\end{aligned}$$

Oder einfach etwas schicker:

$$\begin{aligned}
a(t) &= \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s(t)}{(dt)^2} = -g \text{ durch integrieren kommt man zu } s(t) \\
s(t) &= \frac{1}{2}gt^2 + v(0)t + s(0)
\end{aligned}$$

## Demonstration

**Fallschnurexperiment** $s \sim t^2$, also $t \sim \sqrt{t}$ Eine Fallschnur mit Massestücken in gleichen Abständen lässt man herunterfallen. Dabei hört man den Aufprall der Massen immer schneller hintereinander auf den Boden aufschlagen, da durch die gleichmäßige Beschleunigung wir ein proportionales Verhältnis zwischen $s$ und $t^2$ haben. Wenn hingegen der Abstand der Massestücke so gewählt wird, dass er am Anfang kurz ist und länger wird nach der Proportionalität, erklingt der Aufprall in gleichen Abständen.

**Feder vs. Kugel** Im Luftleeren Raum kommen Kugel und Feder gleichzeitig auf dem Bodne an. Die Masse geht nämlich nicht ein. Mit Luft ist natürlich die Feder wesentlich langsamer, wegen dem Luftwiderstand.

**Bestimmung der Fallbeschleunigung** Wir messen die Zeit, die eine Kugel benötigt um einen Meter zurückzulegen. Dabei messen wir alle $25cm$.

| s | t |
|---|---|
| 0,25 | 0,2225 |
| 0,5 | 0,319 |
| 0,75 | 0,391 |
| 1 | 0,449 |

Jetzt kann für jedes Wertepaar nach der Gleichung $g = \frac{1}{2}s$ umgestellt werden und so dann $g$ berechnet werden.

# 5. Vorlesung, 30.10.2007

## 5.0.4. Bewegung in mehreren Dimensionen

### Die Wurfbewegung

Ein Teilchen (Projektil) bewegt sich in einer senkrechten Ebene mit einer Anfangsgeschwindigkeit $v_0$ und unterliegt dabei der nach unten gerichteten Fallbeschleunigung $g$, d.h. der Beschleunigungsvektor $a$ ist konstant und immer senkrecht nach unten gerichtet.
Beispiele hier sind z.B. der Wasserstrahl, ein Wurf etc.

**Analyse** Überlagerung von 2 unabhängigen Bewegungen. Und zwar von der horizontalen (gradlinig gleichförmigen Bewegung) und der vertikalen (freier Fall). Es ergibt sich also als Bahngleichung eine Parabel.
Der Geschwindigkeitsvektor $v_0$ des Wurfes setzt sich also aus den zwei Vektoren für den freien Fall und die gradlinig gleichförmige Bewegung zusammen:

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta$$
$$v_{0y} = v_0 \sin\theta$$

$\theta$ ist dabei der Winkel zwischen $v_0$ und der x-Achse.
Die Überlagerung genauer betrachtet:

- horizontal: $\Delta x = x - x_0 = v_{0x} * t$, also $s = v_{0x} * t$
- vertikal: $\Delta y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$, und nach dem Fallgesetzt $s(t) = v_0 t - \frac{1}{2}g_0 t^2$

Wie kommen wir jetzt zur allgemeinen Gleichung für den Weg $x$? Das geht so, dass man die Gleichung für die gradlinig gleichförmige Bewegung nach $t$ umstellt und in die Gleichung für den freien Fall einsetzt.

$$y(x) = v_{0y} * \frac{x}{v_{0x}} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_{0x}}\right)^2 = \frac{v_{0y}}{v_{0x}}x + \frac{1}{2}\frac{-g}{v_{0x}^2}x^2 = \frac{v_0\sin\theta}{v_0\cos\theta}x - \frac{1}{2}\frac{g}{v_0\cos\theta}x^2 = \tan\theta x - \frac{1}{2}\frac{g}{v_0\cos\theta}x^2$$

Wie man sieht, ist das mathematisch eine Parabel der Form $y(x) = ax + bx^2$ Und zum berechnen braucht man nur drei Werte $\theta, g$ und $v_0$.

### 5.0.5. Dynamik: Physik der Ursache von Bewegung

Wir untersuchen also Kräfte und Wechselwirkungen. Die Kraft, der man am häufigsten begegnet, das ist die Erdanziehungskraft, die auf jeden Körper wirkt und als Gewichtskraft $G$ bezeichnet wird.
Kraftwirkungen zwischen Körpern, die durch ihre Masse charakterisiert sind.

**Schwere Masse** Jeder Körper mit einer Masse erfährt eine Gewichtskraf $G$ (auf der Erde die Erdanziehungskraft) mit Erd(Fall-)beschleunigung. Es gilt $F = ma$, also

$$G = m * g$$

**Träge Masse** Ein Körper ändert seine Geschwindigkeit nur unter Krafteinwirkung (Galilesisches Trägheitsprinzip). Ruhe ist ein Spezialfall der gradlinig gleichmäßigen Bewegung, hier ist die Geschwindigkeit nur gleich 0.

**Anziehungskraft** Aufgrund der Gravitation

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \;\; mit \;\; G = 6,67 * 10^{-11} \frac{m^3}{kg^2 s^2} \; Gravitationskonstante$$

### 5.0.6. Einheiten

**Masse** $m \; 1kg$

**Kraft** $F \; 1N = 1kg\frac{m}{s^2}$ Die Kraft ist eine vektorielle Größe, die sich aus Masse mal Beschleunigung ergibt.

# 6. Vorlesung, 1.11.2007

**Superdisopsition der Kräfte** Die Gesamtkraft bzw. die resultierende Kraft kann übe die vektorielle Addition bestimmt werden.

### 6.0.7. Newtonsche Axiome

**Trägheitsprinzip** Jeder Körper beharrt im Zustand der Ruhe oder gradlinig gleichförmigen Bewegung, wenn die Summe der äußeren Kräfte gleich Null ist.

**Aktionsprinzip** Ursche der Beschleunigung (Verzögerung) ist eine Kraft. Die Beschleunigung bei konstanter Masse ist der wirkenden Kraft proportional.

$$F = m * a, \quad a = \frac{F}{n}, \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

**Reaktionsprinzip** Zu jeder Kraft gibt es eine gleich große Gegenkraft ("action-reactio")

### 6.0.8. Beispiel: Bewegung eines Wagens auf einer schiefen Ebene.

Sei die Länge der schiefen Ebene $s = 1,5m$ und der Grad der Neigung $\alpha = 15°$. Die Masse des Wagens beträgt $m = 215g = 0,215kg$.
Wie groß muss jetzt $F$ sein, damit der Wagen herunterfährt?
Die Kraft ist definiert als $F = a * m$. Gleichzeitig kennen wir die Formel für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung:

$$s = \frac{1}{2}at^2 \quad a = \frac{2s}{r^2}$$

Und setzten jetzt in die Formel der Kraft ein:

$$F = 2\frac{ms}{r^2}$$

Nun, wir kenne bereits alle Größen bis auf die Zeit, die wir jetzt messen. Wir erhalten aus drei Messungen den Mittelwert für die Zeit als $t = 1,114s$.

$$F = 2 * \frac{ms}{r^2} = 2 * \frac{0,215kg * 1,5ms}{(1,5m)^2}$$

Wenn der Wagen jetzt nicht herunterfahren soll, dann muss **Arbeit** verrichtet werden.

### 6.0.9. Arbeit, Energie und Leistung

Als ersten betrachten wir die Arbeit.

#### Die Arbeit

$$Arbeit = Kraft * Weg$$

Die Einheit der Arbeit ist also $N * m = J$.
Die Arbeit kann auch als Skalarprodukt aus Kraft und Weg gesehen werden:

$$W = |\vec{F}||\vec{s}| \cos\phi$$

Für $\phi = 0$ ist $\cos\phi = 1$, also $W = |\vec{F}| * |\vec{s}|$.
Man kann die Arbeit auch als das Wegintegral der Kraft $F$ sehen:

$$\begin{aligned} dW &= \vec{F}d\vec{r} \quad \vec{r}\ Ortsvektor\ entspricht\ s \\ W &= \int \vec{F}d\vec{r} \end{aligned}$$

Demnach ist also

$$F = \frac{dW}{dr} \quad | * dr$$

#### Hubarbeit

$$\begin{aligned} W &= \int \vec{F}d\vec{r} \\ &= m \int g d\vec{r} \\ &= mg \int d\vec{r} \quad \text{da } m \text{ und } g \text{ Konstanten} \\ &= mg(h_2 - h_1) \\ W_H &= mg\Delta h \end{aligned}$$

#### Spannarbeit (Feder) / Verformarbeit

$$\begin{aligned} W &= \int \vec{F}d\vec{r} = \int \vec{D}\vec{s}d\vec{r} \quad D \text{ Federkonstante } D = \frac{Kraft}{Verlaengerung} = \frac{\vec{F}}{\vec{s}} \\ &= D \int \vec{s}d\vec{s} \\ &= D\frac{1}{2}s^2 + const \\ W_S &= \frac{1}{2}Ds^2 + const \end{aligned}$$

**Volumenarbeit (Kompression)**

$$W_V = \int dW_v = \int \vec{F} d\vec{r} = -pA \int d\vec{r} = -pdV \quad \text{Druckkraft } F = pA$$
$$W_V = -pA\Delta s = -p\Delta V$$

# 7. Vorlesung, 6.11.2007

### Beschleunigungsarbeit

$$\begin{aligned} W &= \int \vec{F} d\vec{r} \quad mit\ F = ma \\ &= m \int \vec{a} d\vec{r} = m \int \frac{d\vec{v} d\vec{r}}{dt} \\ &= m \int \frac{d\vec{r}}{dt} d\vec{v} = m \int \vec{v} d\vec{v} \\ W_B &= \frac{1}{2} m\vec{v}^2 + const \end{aligned}$$

**Reibungsarbeit** Geleistete Arbeit zur Überwindung von Reibungskräften geht irreversibel in Wärme über.

### Die Energie

Die Energie $E$ ist das gespeicherte Arbeitsvermögen einer Körpers. Auch hier ist die Einheit $1J$.
Wir gucken uns das ganze jetzt am Beispiel des Fadenpendels an.

**Fadenpendel** Um das Pendel auf eine Höhe $h$ zu heben, muss ich Hubarbeit verrichten, und zwar von $W_H = mg\Delta h$. Wenn man das Pendel jetzt loslässt, dann schwingt es. Dies liegt daran, dass wir Arbeit "gespeichert" haben, die jetzt in Form von kinetischer Energie freigesetzt wird.

$$\begin{aligned} Verschiebearbeit : W_E &= mg\Delta h \\ Potenzielle\ (Lageenergie) : E_{pot} &= mg\Delta h \\ Kinetische\ Energie : E_{kin} &= \frac{1}{2} \frac{r}{m^2} v_{mos} \end{aligned}$$

Arbeit ist also Energie, die eine auf ein System wirkende äußere Kraft diesem System zuführt oder entzieht.
Die kinetische Energie eines Körpers (oder Bewegungsenergie) hängt von seiner Masse und Geschwindigkeit ab:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m\vec{v}^2$$

Die gesamte an einem Massepunkt verrichtete Arbeit entspricht der Änderung der kinetischen Energie.

$$W_{ges} = \Delta E_{kin} = \frac{1}{2}m\vec{v}_e^2 - \frac{1}{2}m\vec{v}_a^2$$

Die Änderung der potentiellen Energie eines Körpers der Masse $m$ entspricht vom Betrag her der Arbeit, die von einer Kraft am System verrichtet wird. Nur Änderungen der potentiellen Energie lassen sich tatsächlich messen.

$$\Delta E_{pot} = E_{pot2} - E_{pot1} = -W$$

Die potentielle Energie eines Körpers der Masse $m$ im Gravitationsfeld der Erde mit der Erdbeschleunigung $g$ wird als **Lageenergie** bezeichnet:

$$E_{pot} = mg\Delta h$$

Die potentielle Energie einer Feder mit der Federkonstante $D$, die um die Strecke $x$ aus ihrer Gleichgewichtslage ausgelenkt wird, wird als **elastische Energie** bezeichnet.

$$E_{pot} = \frac{1}{2}Dx^2$$

### Energieerhaltsungssatz in der Mechanik

$$E_{gesamt} = E_{pot} + E_{kin} = const$$

Wir wernden jetzt den Energieerhaltungssatz auf das Fadenpendel an. Es soll die Geschwindigkeit $v$ der Kugel am untersten Punkt der Schwingbewegung berechnet werden. Dazu sind die Masse $m$ der Kugel,die Erdbeschleunigung $g$, die Läge des Fadens $l$ und der Winkel $\theta$ der Auslenkung bekannt (die Masse wird allerdings nicht benötigt!).

$$\begin{aligned}
E_{gesamt} &= E_{kin} + E_{pot} = const \\
E_a &= E_{pot} + 0 = mgh \\
E_e &= E_{kin} + 0 = \frac{1}{2}mv^2 \\
E_a &= E_e \\
\frac{1}{2}mv^2 &= mgh \\
v^2 &= 2gh \\
v^2 &= 2g(l - l\cos\theta)
\end{aligned}$$

### Die Leistung

Leistung $P$ ist das Verhältnis einer Arbeit $dW$ zur Zeit $dt$ in der diese Arbeit erbracht wurde oder in adere Energieformen umgewandelt wurde:

$$P = \frac{dW}{dt}$$

Die Einheit der Leistung ist $1W$ (Watt) $1W = \frac{1J}{s}$

### 7.0.10. Kraftstoß und Impuls

#### Der Impuls

Der Impuls $p$ ist Masse mal Geschwindigkeit

$$\vec{p} = m * \vec{v}$$

Er hat die Einheit $1\frac{kgm}{s}$ Das ursprüngliche 2. Newtonsche Axiom wurde über den Impuls definiert: Die zeitliche Änderung des Impuls eines Teilchens ist im Betrag und Richtung gleich der insgesamt auf dieses Teilchen wirkende Kraft.

$$\vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

# 8. Vorlesung, 8.11.2007

### Beispiel

Ein Mann mit einer Masse von $70kg$ und ein Junge mit einer Masse von $35kg$ stehen zusammen auf einer glatten Eisfläche (Reibung also vernachlässigbar). Wie weit sind beide nach 5 Sekunden voneinander entfernt, wenn sie sich voneinander abstossen und der Mann sich mit $0,3\frac{m}{s}$ relativ zum Eis bewegt?

NUR der Massenmittelpunkt folgt einer parabelförmigen Bahn, wie für einen Massepunkt hergeleitet.

**Bewegung des Massemnmittelpunkts** Dynamik eines Teilchensystems aus $i$ Teilchen

$$\vec{F}_i = m_i\vec{a}_i = F_{i,int} + F_{i,ext}$$

aufgrund des 3. Newtonschen Axioms gilt ferner

$$\vec{F}_i = m_i\vec{a}_i = F_{i,ext}$$

$$\vec{F}_{ext} = \sum F_{i,ext} = m_{ges}\vec{a}_s$$

Bei zwei gleichgroßen Massen in einem System ergibt sich demnach

$$\vec{F}_{ext} = m_{ges}\vec{a}_s = 2m\vec{a}_s \qquad \Rightarrow \vec{a}_s = \frac{\vec{F}}{2m}$$

Wieder zurück zum Beispiel ... Was weiß man bereits?

1. Mann und Junge bilden ein System mit Massemittelpunkt
2. $F_J = -F_M$
3. Gravitationskraft (Gravitationsbeschleunigung) wird ausgeglichen durch die Normalkomponente der Kraft, die vom Eis ausgeübt wird (solange das Eins natürlich nicht bricht!)
4. Dadurch ist die resultierende Kraft und die Beschleunigung in der Ausgangssituation gleich 0.

### Impulserhaltungssatz

$$\vec{p}_{ges} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = const$$

$$\vec{p}_{ges} = m_{ges}\vec{v}_s = \sum m_i\vec{v}_i = const$$

Wirkt auf ein System keine resultierende äußere Kraft, dann ist die Geschwindigkeit seines Massenmittelpunktes konstant, und der Gesamtimpuls des Systems bleibt erhalten.

Mit Hilfe des Impulserhaltungssatzes kann nun die oben genannte Aufgabe berechnet werden, in dem die Geschwindigkeit des Junges berechnet wird und daraus die Strecke.

### Der Stoß

**Elastischer Stoß** Hier bleibt die kinetische Energie erhalten. Wenn $m_2$ vor dem Stoß ruht

$$\vec{p}_{ges} = \vec{p}_{1,f} + \vec{p}_{2,f} = m_1\vec{u}_{1,f} + m_2\vec{u}_{2,f} \quad wobei\ u\ Geschwindigkeit\ nach\ dem\ Stoss$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\frac{m^2v^2}{v} = \frac{\vec{p}^2}{2m}$$

Wegen der Energieerhaltung gilt

$$\frac{\vec{p_1}^2}{2m_1} + \frac{\vec{p_2}^2}{2m_2} = \frac{\vec{p_{1,f}}^2}{2m_1} + \frac{\vec{p_{2,f}}^2}{2m_2}$$

$$\frac{\vec{p_1}^2}{2m_1} = \frac{\vec{p_{1,f}}^2}{2m_1} + \frac{\vec{p_{1,f}}^2}{2m_1}$$

Aus Impulserhaltung und der Gleichung für den Impuls nach dem Stoß erhält man folgende Gleichung für die Geschwindigkeit

$$u_{1,f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_1 \quad u_{2,f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_1$$

Für $m_1 = m_2$ folgt dann natürlich, dass die Geschwindigkeit von $m_1$ nach dem Stoß gleich null ist und für $m_2$ dann folglich $v_1$.

**Inelastischer Stoß** kinetische Energie bleibt nicht erhalten, sondern wandelt sich beim Stossprozess in andere Energieformen um. Man unterscheidet weider vor und nach dem Stoß:

$$p_a = m_1v_1 \qquad p_e = (m_1 + m_2)v_e$$

$$\vec{p}_{ges} = \vec{p}_1 = m_1\vec{v}_1 = (m_1 + m_2)\vec{u}_f$$

für die Geschwindigkeit nach dem Stoß ergibt sich

$$u_f = \frac{m_1}{m_1 + m_2}v_1$$

für den Speziallfall $m_1 = m_2$ gilt

$$u_f = \frac{v_1}{2}$$

# 9. Vorlesung, 13.11.2007

### 9.0.11. Die Kreisbewegung (Rotation)

Bis jetzt wurde der Fahrradfahrer (das System Fahrrad-Mensch) als lineare Bewegung kennengelernt. Wenn man sich aber die Bewegung des Rads genauer ansieht, ist das eine Kreisbewegung.
Um nun uns die Kinematik der Kreisbewegung anzugucken, vergleichen wir sie mit der Translation

| | Translation | Rotation |
|---|---|---|
| Lage | Ortsvektor $\vec{r} = \vec{s}$ | Drehwinkel $\vec{\Theta}$ mit $\Delta\Theta = \Theta_2 - \Theta_1$ + Drehachse |
| Geschwindigkeit | $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$ | $\vec{\omega}_{gem} \frac{\Delta\vec{\Theta}}{\Delta t}$ und momentan als Ableitung davon |
| Beschleunigung | $\vec{a} = \ddot{\vec{r}}$ | $\dot{\vec{\omega}} = \ddot{\vec{\Theta}} = \vec{\alpha}$ |
| Bewegungsgleichung | $s(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + s_0$ | $\Theta(t) = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0 t + \Theta_0$ |

Bei der Bewegung der Speiche wird für jeden Punkt auf der Speiche der gleiche Winkel $\Theta$ überstrichen. Neben der Einheit im Bogenmaß gibt es natürlich noch den Winkel in Grad oder in Umdrehungen, wobei gilt $2\pi rad = 360° = 1U$

**Winkelgeschwindigkeit** Die Durchschnittsgeschwindigkeit entspricht

$$\vec{\omega}_{gem} \frac{\Delta\vec{\Theta}}{\Delta t}$$

Wenn wir den Momentanwert haben wollen, muss man wieder die Änderung nach der Änderung der Zeit betrachten, also die Ableitung.

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\Theta}{\Delta t} = \frac{d\Theta}{dt} = \dot{\Theta}$$

$$\omega = \frac{\Delta\Theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = \frac{Umdrehung}{Umlaufzeit} = 2\pi f$$

Die Einheiten sind hier $rad/s$, $U/s$ oder auch $rpm$.
Für Drehung im Uhrzeigersinn nimmt man ein negatives Vorzeichen von $\omega$ an, ansonsten ein positives.
Der zugehörige Vektor liegt übrigens in der Drehachse.

**Winkelbeschleunigung** Die Durchschschnittsbeschleunigung entspricht

$$\alpha_{gem} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Und die momentane Beschleunigung ist wieder die Änderung der Winkelgeschwindigkeit nach der Änderung der Zeit, sprich, die Ableitung.

$$\vec{\alpha} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \dot{\vec{\omega}} = \ddot{\vec{\Theta}}$$

Man merke, dass Drehwinkel, Winkelgeschwindigkeit und -beschleunigung vom Radius unabhängige Größen sind.
Vom Radius abhängig ist z.B. die Tangentialgeschwindigkeit.

**Tangentialgeschwindigkeit**

$$\begin{aligned}\vec{v} &= \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi\vec{r}}{T} \\ &= \frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{d\vec{\Theta}}{dt}\vec{r}\end{aligned}$$

Da Radius und Winkel vektorielle Größen sind, entspricht die Geschwindigkeit wieder einem Vektor, den man über das Kreuzprodukt erhält.

$$\vec{v} \ = \vec{r} \times \vec{\omega}$$

Die Richtung des Geschwindigkeitsvektors kann über die Rechtehand-Regel bestimmt werden.

$$|\vec{v}| = r\omega \sin\delta$$

**Tangentialbeschleunigung**

$$a_T = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{r} * \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{r} * \vec{\alpha}$$

Es gibt aber noch was viel cooleres, die Zentripetalbeschleunigung oder auch Radialbeschleunigung.

**Zentripetalbeschleunigung** Hier ist die Beschleunigung zum Mittelpunkt des rotierenden Körpers gerichtet und hat den Betrag

$$a_{Zp} = a_r = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$$

Die Zentripetalkraft ist der Zentrifugalkraft entgegengesetzt, haben also verschiedene Vorzeichen.

$$F_{Zp} = -ma_r = -F_Z$$

# 10. Vorlesung, 15.11.2007

**Beispiel** Ein Astronautenzentrifuge mit einer Kreisbahn von $r = 15m$ soll mit konstanter Winkelgeschwindigkeit rotieren, so dass die Linearbeschleunigung des Astronauten $11g$ beträgt. Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit?

Was ist also erstmal gegeben?

1. Linearbeschleunigung $a = 11g$, kann also Tangential- oder Radialbeschleunigung sein.
2. Konstante Winkelgeschwindigkeit $\omega$, damit ist die Winkelbeschleunigung $\alpha = 0$! Und damit ist auch die Tanentialbeschleunigung $a_T = 0$.
3. Es bleibt als Linearbeschleunigung nur die Radialbeschleunigung übrig: $a_r = r\omega^2$.

Die Winkelgeschwindigkeit ist die einzig unbekannte Größe

$$\omega = \sqrt{\frac{a_r}{r}} = \sqrt{\frac{11g\frac{m}{s^2}}{15m}} = 2,68\frac{rad}{s} =?\frac{U}{s}$$

Wie groß ist nun die tangetiale Geschwindigkeit des Astronauten, wenn die Zentrifuge innerhalb von $120s$ gleichmäßig aus der Ruhe auf die obige Winkelgeschwindigkeit beschleunigt?

Was wissen wir denn hier wieder?

1. Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2,68\frac{rad}{s}$
2. Winkelbeschleunigung ist konstant $\vec{a}\frac{d\vec{\omega}}{dt}$ ..

Daraus folgt, die Tangentialbeschleunigung ist $a_T = ra = r\frac{\omega-\omega_0}{t}$ und $\omega_0 = 0$

$$a_T = r\frac{\omega - \omega_0}{t} = 15m\frac{2,68\frac{rad}{s} - 0\frac{rad}{s}}{120s} = 0,34\frac{m}{s^2}$$

**Kräfte**

$$F_{Zp} = -ma_r = -F_Z$$

Scheinkraft (Trägheitskraft) in einem rotierenden Bezugssystem, um die Kraftwirkung durch die Zentripetalbeschleunigung auszugleichen.

Wir wollen uns nun angucken, welche Kräfte existieren, die auf den rotierenden Körper der Masse $m$ wirken (der an einer Schnur befestigt ist)? Einmal natürlich die Gewichtskraft $F = mg$ und dann die Zugkraft der Schnur.

$$F_{Zp} = -F_Z = -ma_r = -m\frac{v^2}{r} = Z \sin\Theta$$

$$-F_g = -mg = Z\cos\Theta$$

Jetzt eleminieren wir $Z$, da die Zugkraft nicht bekannt ist.

$$\begin{aligned}
\frac{Z\cos\Theta}{Z\sin\Theta} &= \frac{mg}{m\frac{v^2}{r}} = \frac{mgr}{mv^2} \\
\frac{\cos\Theta}{\sin\Theta} &= \frac{gr}{v^2} \\
v^2 &= \frac{\sin\Theta}{\cos\Theta}gr = \tan\Theta gr \\
v &= \sqrt{gt\tan\Theta} \\
v &\approx \sqrt{\tan\Theta}
\end{aligned}$$

Die Masse geht also nicht in die Geschwindigkeit mit ein.

### Drehmoment und Trägheitsmoment

Je nach dem, wo man an der Scheibe ansetzt, kann man die Scheibe in Drehung versetzen oder nicht.
Der senkrechte Abstand zwischen den Kraftwirkungen heißt Hebelarm $l$. Das Produkt aus Hebelarm $l$ und Kraft $F$ ist das Drehmoment $M$. Es gilt

$$M_i = F_i l$$

Die Einheit ist hier wieder $1Nm$.
Der Hebelarm ist die Länge zwischen Mittelpunkt und Wirkungslinie der Kraft. Auf das Teilchen $m_i$ wirkt also eine Kraft in tangential- und radiale Richtung.

$$M_i = F_i l = F_i r_i \sin\phi$$

Die tangetiale Komponente der Kraft wirkt $F_{it} = F_i \sin\phi$.

$$M_i = F_i r_i \sin\phi = F_{it} r_i$$

Wir gucken uns den vektoriellen Charakter des Drehmoments an. Der Ortsvektor $r$ und die tangentiale Komponente der Kraft sind vektorielle Größen. $M$ ist also wieder das Kreuzprodukt.

$$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r}$$

Für $\phi = 90°$ gilt demnach $M = Fr$.

### Hebelgesetz

Das Gesetzt lautet Kraft mal Kraftarm = Last mal Lastarm
Ein Hebel ist im Gleichgewicht, wenn die beiden auftretenden Drehmomente einander entgegengesetzt gleich sind.
Das Paradebeispiel ist hier die Wippe, auf der zwei Kinder sitzen, das eine doppelt so schwer wie das andere.

$$M_1 = F_1 r_1 = m_1 g r_1 \qquad M_2 = F_2 r_2 = 2 m_1 g \frac{1}{2} r_1 = m_1 g r_1$$

In dem Fall ist die Wippe im Gleichgewicht.

Das Drehmonent ist demnach also auch der Grund, warum Türklinken soweit wie möglich vom Scharnier entfernt sind, da man aufgrund des Hebelgesetzes weniger Kraft aufwenden muss.

# 11. Vorlesung, 20.11.2007

Das Drehmoment $M$ ist proportional zur Winkelbeschleunigung $a$ des sich drehenden Körpers

$$M_i = F_i r_i \sin\phi = F_{it} r_i$$

$$\begin{aligned} F_{it} &= m_i a_{iT} \quad mit\ a_T = ra \\ F_{it} &= m_i r_i a \\ F_{it} r_i &= m_r r_i^2 a \end{aligned}$$

Damit ergibt sich für das Drehmoment

$$M_i = \underbrace{r_i^2 m_i}_{Traegheitsmoment\ I} a$$

### Trägheitsmoment

Das Trägheitsmoment ist eine eigenschaft des Körpers und der Drehachse

$$I = \sum r_i^2 m_i$$

Somit ist

$$M = Ia$$

Analog zum 2. Newtonschen Axiom der Translation gilt für die Rotation

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Bei rotierenden Teilchensystemen entspricht das Trägheitsmoment $I$ der Masse $m$ bei linearen Bewegungen.

Das Trägheitsmoment $I$ ist abhängig von der Form des Körpers und der Drehachse

$$I = \sum r_i^2 m_i$$

Für Körper mit konstanter Massenverteilung $m$ gilt

$$I = \int r^2 dm$$

Wir schauen uns das am Beispiel eines Zylindermantels an. Sei hier der äußere Radius $R = r$, dem inneren Radius. dann gilt

$$I = \int R^2 dm = R^2 \int 1dm = R^2 m_{ges}$$

Was passiert jetzt, wenn die Drehachse nicht durch den Massenmittelpunkt geht?
Es muss der Steinersche Satz angewandt werden

$$I = I_s + m_{ges} h^2 \quad mit h = Abstand\ zu\ Drehachse\ im\ Massenmittelpunkt$$

Wieder zu unserem Beispiel des Zylindermantels, was passiert, wenn wir die Drehachse an den Rand des Zylinder legen? Jetzt ist $h = R$ und es gilt folglich

$$I_s = R^2 m_{ges}$$
$$I = R^2 m_{ges} + m_{ges} R^2$$
$$I = 2R^2 m_{ges}$$

### Arbeit und Energie der Rotation

Für die Arbeit gilt

$$dW_i = F_{it} ds_i \ \ mit\ s\ ist\ der\ Kreisbogen$$
$$dW_i = F_{it} r_i d\Theta$$
$$dW_i = M_i d\Theta$$

Die kinetische Energie ist auch wieder analog

$$E_{kin} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

**Beispiel** Wie groß war die Energie, die durch das Zerspringen einer defekten Rotorscheibe von $272kg$ mit $r = 38cm$ bei einer Winkelgeschwindigkeit von $14000 \frac{U}{min}$ freigesetzt wurde? Die kinetische Energie die freigesetzt wird entspricht der kinetischen Energie der Rotation der Scheibe bei $14000 \frac{U}{min}$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} I \omega^2$$
$$I = \frac{1}{2} mr^2 = \frac{1}{2} 272kg (0,38cm)^2 = 19,64kgm^2$$
$$\omega = \frac{14000U}{min} * 2\pi \frac{rad}{U} \frac{1min}{60} = 1,466 * 10^3 \frac{rad}{s}$$
$$E_{kin} = 2,1 * 10^7 J$$

### Drehimpuls

Für die Drehbwegung gilt

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \quad mit \vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

$$\vec{M} = \frac{dI\vec{\omega}}{dt} = I\frac{d\vec{\omega}}{dt} = Ia$$

Der Drehimpuls $L$ relativ zum Kreismittelpunkt ist definiert als Produkt aus dem linearen Impuls $mv$ und dem Radius $r$.

$$L = mvr_{\perp}$$

Das kann wieder als Kreuzprodukt geschrieben werden

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \ \times \vec{v})$$

Es gilt ja $\vec{v} = \vec{r} \times \vec{\omega}$, deshalb kann man auch schreiben

$$L = mr^2\omega = I\omega$$

### Drehimpulserhaltungssatz

In einem abgeschlossenen System ist das resultierende Drehmoment gleich Null, und der Drehimpuls ist eine Erhaltungsgröße.

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0$$

$$\vec{L} = I\omega = const$$

Je kleiner also das Trägheitsmoment, umso größer ist die Winkelgeschwindigkeit.

### Newtonschen Axiome der Drehbewegung

**Trägheitspirnzip** Ohne ein äußeres Drehmoment beharrt der Körper im jeweiligen Zustand der gelichförmigen Drehbewegung.

**Aktionsprinzip** Das Drehmoment bewirkt eine Winkelbeschleunigung

$$\vec{M} = Ia$$

**Reaktionsprinzip** Ein wirkendes Drehmoment ruft immer ein gleichgroßes entgegengesetztes Drehmoment hervor.

$$\vec{M}_r = -\vec{M}$$

Wenn sich ein Körper um eine andere als seine Hauptträgheitsachse dreht, dann muss der Drehimpuls nicht parallel zur Winkelgeschwindkigkeit

## 11.0.12. Keplerschen Gesetze

1. Alle Planeten bewegen sich auf elliptischen Bahnen um die Sonne, wobei die Sonne in einem Brennpunkt der Ellipse steht

2. Die Verbindungslinie zwischen Sonne und einem Planeten überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.

3. ?

# 14. Vorlesung, 29.11.2007

## 14.0.13. Schwingungen

Schwingungen sind verbunden mit periodischen Änderungen einer physikalischen Größe. Wir vergleichen die Kreisbewegung mit der Schwingung.

| | Gemeinsamkeiten | Unterschiede |
|---|---|---|
| Kreisbewegung | Bewegung an einem festen Ort, x,y Komponente beschreibt eine harmonische Schwingung (Zusammenhang Kreis und Sinus/-Cosinus Funktion) | $E_{kin} = E_{rot}$ Gleichförmig oder gleichmäßig beschleunigte Bewegung |
| Schwingung | | $E_{kin} + E_{pot} = const$ Periodische Bewegung $s(t), v(t), a(t)$ |

Wir wollen Ortsvektor, Geschwindigkeitsvektor und Beschleunigungsvektor als Funktion der Zeit darstellen. Wie können wir also die kinematischen Größen als Funktion herleiten? Wie erstellen eine Bewegungsgleichung mit Hilfe des 2. Newtonschen Axioms:

$$F = ma$$

Was brauchen wir noch? Es gilt, wird ein schwingungsfähiges System aus seiner Gleichgewichtslage ausgelenkt, dann wirkt darauf eine rücktreibende Kraft - die Rückstellkraft:

$$\vec{F}_R = -D\vec{s} \;\; also \;\; \vec{F}_G = m\vec{a} = m\ddot{\vec{s}}$$

Im Gleichgewicht muss gelten

$$\vec{F}_R = \vec{F}_G$$

Daraus folgt quasi schon unsere Bewegungsgleichung

$$-Ds = m\frac{d^2s}{dt^2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{-Ds}{m} = \frac{d^2s}{dt^2}$$

Man sieht also, dass die Beschleunigung (das ist ja die 2. Ableitung des Weges) ist proportional zur Auslenkung der Feder.

$$\ddot{\vec{s}} = \vec{a} = \frac{D}{m}\vec{s}$$

Man formt noch ein wenig um und erhält die Differentialgleichung einer harmonischen Schwingung

$$m\ddot{\vec{s}} + D\vec{s} = 0$$

Wie lautet jetzt die Lösung der Differentialgleichung? Wir suchen eine Funktion, die dem negativen Wert ihrer 2. Ableitung proportional ist. Da gibt es zwei Funktionen, und zwar $\sin x$ und $\cos x$.

$$x = A\cos(\omega t + \frac{3\pi}{2}) = A\sin(\omega t)$$

Damit lauten die Funktionen für Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung nach der Zeit

$$s(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$
$$v(t) = -A\omega\sin(\omega t + \phi)$$
$$a(t) = -A\omega^2\cos(\omega t + \phi)$$

Aus der Weg-Zeit-Funktion folgt $\omega^2 = \frac{D}{m}$. Durch Wurzelziehen erhält man die Eigenfrequenz $\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}}$.

| | Rotation | Schwingung |
|---|---|---|
| Lage | Drehwinkel (+Drehachse) $\vec{\Theta}$ | Auslenkung $s$ $s(t) = A\cos(\omega t + \phi)$ |
| Geschwindigkeit | $\vec{\omega} = \dot{\vec{\Theta}}$ | $v(t) = -A\omega\sin(\omega t + \phi)$ |
| Beschleunigung | $\dot{\vec{\omega}} = \ddot{\vec{\Theta}} = \alpha$ | $a(t) = -A\omega^2\cos(\omega t + \phi)$ |
| Energie | $E_{rot} = \frac{1}{2}\omega^2$ | $E_{kin} = \frac{1}{2}m\vec{v}^2$, $E_{pot} = mgh$, $E_{pot} = \frac{1}{2}D\vec{i}^2$ für die Feder |

Als weitere Pendel gucken wir uns nun noch das Fadenpendel und das Torsionspendel (Scheibe, die sich um ihre Achse dreht) an. Beim Fadenpendel ist die Rückstellkraft $\vec{F} = -mg \Rightarrow m\ddot{\vec{s}} = -mg\sin\phi$, beim Torsionspendel $\vec{M} = -D\vec{\Theta} \Rightarrow I\ddot{\vec{\Theta}} = -D\vec{\Theta}$.
Daraus folgen die Bewegungsgleichungen (allerdings nur für KLEINE Winkel!)

$$\ddot{\vec{s}} + \frac{g}{I}\vec{s} = 0$$
$$I\ddot{\vec{\Theta}} + D\vec{\Theta} = 0$$

### Gedämpfte Schwingungen

Bei realen schwingenden Systemen geht ständig ein Teil der Schwingungsenergie durch Reibung verloren. Eine gedämpfte Schwingung ist durch eine Verringerung der Schwingungsamplitude in Abhängigkeit von der Zeit gekennzeichnet.
Dieser Abfall der Amplitude kann durch eine Exponentialfunktion beschrieben werden.

$$A(t) = A_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = A_0 e^{-\delta t} \quad wobei\ \delta\ die\ Daempfungskonstante$$

Die Reibungskonstante $b$ erhält man aus $F_r = b\vec{v}$ und in Beziehung mit der Dämpfungskonstante gilt $\delta = \frac{b}{2m}$. Es gilt

$$\ddot{\vec{s}} + \frac{b}{m}\dot{\vec{s}} + \omega_0^2 \vec{s} = 0$$

$$s(t) = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \phi)$$

Man unterscheidet zwischen dem Aperiodischen Grenzfall, dass heißt das System geht auf schnellstem Wege in Ruhelage zurück, dieser Fall tritt ein, wenn $\delta = \omega_0$. Dann gibt es den Kriechfall, wo das System langsam in Ruhelage geht. hier ist $\delta > \omega_0$. Und bei der schwach gedämpften Schwingung gilt $\delta >> \omega_0$.

### Erzwungene Schwingung

Hier regt eine periodische äußere Kraft $F_0$ das Schwingungssystem mit einer Kreisfrequenz $\Omega$ an:

$$m\ddot{\vec{s}} + b\dot{\vec{s}} + D\vec{s} = F_0 \cos(\Omega t)$$

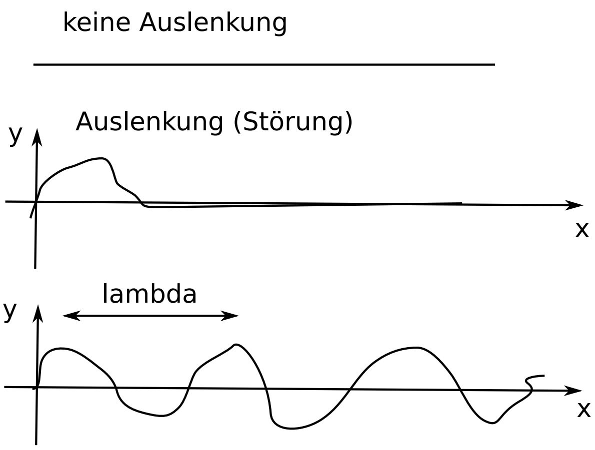
Das ist jetzt eine inhomogene Differentialgleichung.

**Resonanz** Die äußere Kraft regt das Schwingungssystem mit seiner Eigenfrequenz an, d.h. $\Omega = \omega_0$. Bei dieser Frequenz erreicht die Amplitude Maximalwerte, es kommt zu einer Amplitudenerhöhung.

# 16. Vorlesung, 6.12.2007

## 16.0.14. Wellen

Wellen sind Schwingungen, die sich auf den Weg gemacht haben. Sie sind somit verbunden mit periodischen Änderungen einer physikalischen Größe, und zwar sowohl der Zeit und des Ortes. Die Schwingung ist im Gegensatz zu Welle ortsgebunden.
Um eine Welle zu erzeugen, bedarf es immer einer Störung, bei Seilwellen eine Auslenkung.



Die Auslenkung pflanzt sich fort

Wir wollen jetzt Welle und Schwingung vergleichen.

Wir kennen schon die Kreisfrequenz mit $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$. Es kommen noch die Konstante der Bewegung, die die Ortsabhängigkeit angibt hinzu: Das sind Wellenzahl $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ und die Wellenlänge $\lambda$ hinzu. Die Konstante der zeitabhängigen Bewegung ergibt sich dann als

$$\frac{\omega}{k} = f\lambda = v \quad \omega = kf\lambda$$

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit ist also Frequenz mal Wellenlänge.
Ändert sich die Störung als Funktion der Zeit nicht, dann gilt

$$y(x,t) = y(x \pm vt)$$

Die Bewegung der eindimensional laufenden Welle in x-Richtung wird beschrieben durch die Wellenfunktion

$$\Psi(x,t) = A_0 \sin(\omega t - kx + \phi)$$

Wovon hängt nun die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Seilwellen ab?
Sie ist abhängig von den Eigenschaften des Mediums, die da wären

1. Spannung des Seils: $\sigma = \frac{F}{A}$
2. Massendichte: $\rho = \frac{m}{V}$

Jetzt können wir die dazugehörige Bewegungsgleichung aufstellen

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} - \frac{1}{x^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0$$

Das $\partial$ signalisiert eine partielle Ableitung.
Wir müssen uns jetzt um die Rückstellkraft kümmern. Und zwar ergibt die sich durch Zugspannung mal Krümmung des Seilsegments.
Die Krümmung ergibt sich als 2. Ableitung der Seilkurve

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2}$$

Die Rückstellkraft ergibt sich demnach als

$$F_{Ru} = \sigma \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} dx \quad F = \sigma A$$

Wir kennen das newtonsche Axiom und wissen $F = ma$. Dann ist

$$a = \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial t^2} \quad m = \rho dx$$

$$F = \rho x \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial t^2} = F_{Ru} = \sigma \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} dx$$

$$\rho \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial t^2} = \sigma \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial x^2} \qquad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} - \frac{\rho \partial^2 \Psi}{\sigma \partial t^2} = 0$$

Also $v^2$ = Rückstellkraft / Trägheit = Seilspannung $\sigma$ / Massendichte $\rho$. Und demnach gilt für die Ausbreitungsgeschwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}}$$

Bei Schall ist die Rückstellkraft aus dem Kompressionsmodul

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}$$

Und zwar unabhängig von Druck und Volumen.

| | Schwingung | Welle |
|---|---|---|
| Ortsvektor | 3 Konstanten: $A$ Amplitude, $\phi$ Phasenkonstante, $\omega$ Kreisfrequenz und damit $s(t) = A\cos(\omega t + \phi)$ | 4 Konstanten: es kommt noch $\lambda$ die Wellenlänge in Metern hinzu |
| Ausbreitungsgeschwindigkeit | | $y(x,t) = y(x \pm vt)$, $\Psi(x,t) = A_0 \sin(\omega t - kx + \phi)$ |

**Transversale Fortpflanzung** Durch eine Störung wird eine Querwelle ausgelöst, das heißt die schwingende Größe steht senkrecht zur Ausbreitungsrichtung.

**Longitudinale Fortpflanzung** Längswellen werden ausgelöst, d.h. die schwingende Größe steht parallel zur Ausbreitungsrichtung.

Wellen treten als longitudinale oder transversale Wellen auf. Die transversalen haben eine Polarisationsrichtung. Wellen transportieren Energie und Impuls, aber keine Masse.

### Stehende Wellen

Stationäre Schwingungsmuster bilden sich durch Überlagerung von Wellen (durch Reflexion) bei so genannter Resonanzfrequenz, die abhängig von der Länge des schwinungsfähigen Systems sind. Die tiefste Resonanzfrequenz ist die Grundfrequenz (=erste Eigenfrequenz, Grundschwingung, erste Harmonische, Funa-mentale). Die nächst höhere Resonanzfrequenz ist die 2. Harmonische oder erste Oberschwingung.
Bei einem Beiseitig geschlossenen Resonator mit Länge l ergibt sich für die $n$te Harmonische

$$l = n\frac{\lambda_n}{2}$$

Für einen einseitig offenen Resonantor ergibt sich

$$l = n\frac{\lambda_n}{4}$$

Hier gibt es nur ungerade Harmonische!

# 17. Vorlesung, 11.12.2007

### Enerie und Energietransport

Und zwar bei forlaufenden Seilwellen. Hier ist die Geschwindigkeit beim Nulldurchgang am größten, das bedeutet, dass dort auch die kinetische Energie am größten ist. Gleichzeitig ist hier auch die Dehnung an größten und somit auch die elastische potentielle Energie. D.h. also, dass Wellen Energie entlang des Seils "transportieren".

### Interferenz

Das ist die Überlagerung von Wellen, auch Superposition.
Bei der konstruktiven Interferenz addieren sich die Amplituden. D.h. die Wellen überlagern sich an den Schnittpunkten konstruktiv. Diese Punkte befinden sich überall dort, wo der Wegunteschied zweier von den Quellen emittierter Wellen ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist.
Die Auslöschung von zwei Wellen nennt sich destruktive Interferenz.
Die Auslenkung

$$s(x,t) = s_m \cos(kx - \omega t)$$

Die Druckschwankung

$$\Delta p(x,t) = \Delta p_m \sin(kx - \omega t)$$

Auslenkung und Druckschwankung sind zueinander Phasenverschoben.

### Dopplereffekt

Man spricht vom Dopplereffekt, wenn die Quelle der Wellen sich fortbewegt.
Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle ist größer als die Geschwindigkeit der Quelle.
Damit hat auch die gehörte Frequenz einer Polizeisirene zutun: Man hört sie höher, wenn man sich auf die Quelle zu bewegt und niedriger, wenn man sich wegbewegt.

## 17.1. Kapitel 2: Wärme

### 17.1.1. Temperatur, Wärme und Wärmekapazität

**Nullter Hauptsatz der Wärmelehre** Wenn die Systeme $A$ und $B$ über ein System $C$ im thermischen Gleichgewicht stehen und nicht direkt Kontakt miteinander haben, so stehen auch $A$ und $B$ im thermischen Gleichgewicht untereinander.

**Temperaturmessung** Wir brauchen ein Maßstab zur Messung. Daher definiert man einen standardisierten Fixpunkt und gebe ihm eine standardisierte Temperatur. Dies hat man mit dem Tripelpunkt von Wasser getan: $T_3 = 273,16K$. Hier können gasförmiges, flussiges Wasser und Eis genau bei einem Druck und einer Temperatur im thermischen Gleichgewicht vorkommen.

Zur tatsächlichen Messung macht man sich die Volumenänderung von Flüssigkeiten in einer Kapillare zu nutze, z.B. im Thermometer. Neben Kelvin gibt es bekanntlich auch noch Fahrenheit und Celsius.
Ausdehnung von Festkörpern: Volumen/ Längenausdehnung

$$\Delta l = \alpha l \Delta T \qquad \Delta V = \gamma V \Delta T$$

mit $\alpha$ Längenausdehunungskoeffizient bzw. $\gamma$ Volumenausdehungungskoeffizient.
Gase dehnen sich natürlich auch aus.
Die Änderung der Wärme (Wärmeenergie) ist gleich der Masse mal Wärmekapazität mal Temperaturdifferenz

$$\Delta Q = mc\Delta T$$

# 18. Vorlesung, 13.12.2007

**Wärmekapazität**

Wärme $Q$ ist eine Energie, die ein System mit seiner Umgebung aufgrund einer Temperaturdifferenz austauscht. Die Einheiten sind 1 Joule ($1J = 1Nm$ oder die alte Einheit Kalorie $1cal = 4,1860J$.
Die Wärmemenge $\Delta Q$ die von einem Körper aufgenommen wird, ist proportional zur Temperaturerhöhung $\Delta T$:

$$\Delta Q \sim \Delta T$$

Der Proportionalitätsfaktor ist die Wärmekapazität $C$

$$\Delta Q = C\Delta T$$

Für einen Körper der Masse $m$ gilt

$$\Delta Q = cm\Delta T$$

Die spezifische Wärmekapazität $c$ eines Materials ist also

$$c = \frac{C}{m}$$

Die Zufuhr von $4,81Nm$ mechanischer Energie ($= 1cal$

## 18.0.2. Wärme und Arbeit

$$W_v = \int dW_v = -pA \int d\vec{r} = -pdV$$
$$W_v = -pA\Delta x = -p\Delta V$$
$$\Delta U = \Delta Q - p\Delta V \quad \text{Innere Energie } U \text{ des Systems}$$

Daraus ergibt sich gleich der 1. Hauptsatz der Wärmelehre über die Erhaltung der Energie

$$\Delta U = \Delta E_{int} = Q + W$$

Wird dem System Wärme zugeführt, dann kann die innere Energie erhöht werden oder das System kann Arbeit verrichten, oder beides.

Die innere Energie $U$ eines Systems ist eine Zustandsfunktion, hängt also nicht davon ab, wie dieser Zustand erreicht wird.
Noch eine kleine Konvention, man betrachtet die Wärme, die in ein System hineingeht als positiv, und die die hinauskommt als negativ.

| Prozess | Einschränkung | Folgerung |
|---|---|---|
| Adiabatisch | $Q = 0$ | $\Delta E_{int} = -W$ |
| Konstantes Volumen | $W = 0$ | $\Delta E_{int} = Q$ |
| Kreisprozess | $\Delta E_{int} = 0$ | $Q = W$ |
| Freie Ausdehnung | $Q = W = 0$ | $\Delta E_{int} = 0$ |

Wenn kein Wärmeaustausch stattfindet, dann gibt es noch eine wichtige Gleichung, die Adiabaten-Gleichung

$$pV^{\gamma} = const \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

### Molekulare Deutung der Temperatur

Die Temperatur ist ein Maß für die mittlere kinetische Energie eines Gasmoleküls ist, also

$$\langle E_{kin} \rangle = \left\langle \frac{1}{2} m v^2 \right\rangle$$

Zustandsgleichung eines idealen Gases und kinetische Gastheorie

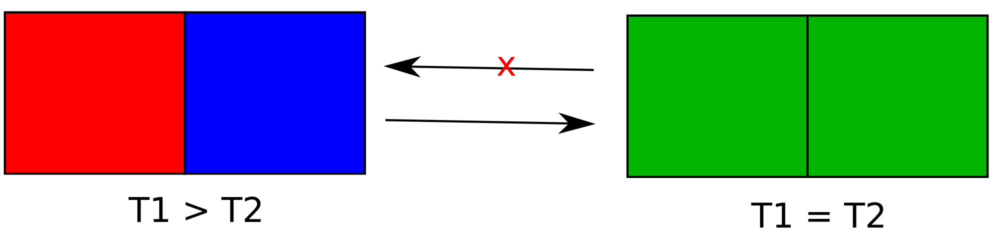
1. Gesetz von Boyle-Marriotte $pV = const$ bei konstanter Temperatur
2. Gesetz von Gay-Lussac $pV = CT$, wobei $C$ eine Konstante, die abhängig von der Gasmenge ist. $N_A =$ Avogadrozahl $= 6,02 * 10^{23} \frac{1}{mol}$ und die Anzahl mole $n = \frac{N}{N_A}$. $pV = nRT$ die Ideale Gasgleichung mit $R = 8,31 \frac{J}{mol\ K}$ die Gaskonstante

## 18.0.3. Wärmeleitung

Der Wärmestrom gibt an, wie viel Wärme pro Zeiteinheit irgendwo durchfließt.

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad mit\ \lambda\ spezifische\ Waermeleitfaehigkeit$$

Jetzt der zweite Hauptsatz und Entropie.



Dabei ist die Entropie das Mass für die Irreversibilität $\Delta S \geq 0$. Findet in einem abgeschlossenen System ein irreversibler Prozess statt, so nimmt die Entropie dieses Systems immer zu.

$$\Delta S \geq 0 \qquad \Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$$

Aus Carnot-Zyklus: Sequenz von isothermischser Expansion, adiabaticher Expansion, isothermischer Kompression und i adiabatischer Kompression. Keine Maschine kann eine höhere Effizienz haben als eine reversible Carnot-Maschine. Alle reversiblen Maschinen haben dieselbe Effizienz, egal wie der Zyklus aussieht. Das bedeutet, es gibt keinen spontanen Nettotransfer von Wärme von niederer Temperatur zu höherer Temperatur. Das ist die Entropie.

# 19. Vorlesung, 18.12.2007

**Spannungskoeffizient**

$$p = p_1 + \frac{p_0}{273,16K}$$

$$\beta = \frac{1}{273,16K} \quad Spannungskoeffizient$$

**Die Dampfmaschine**

1. Dampf verrichtet Arbeit am Kolben und expandiert dabei
2. Nach dem Expandieren hat der Dampf eine geringere Temperatur
3. Das nach Kondensation entstehendes Wasser im Kolben wird in den Druckbehälter zurückgepumpt

Die Kältemaschine funktioniert entgegengesetzt, hier muss die Arbeit am System verrichtet werden.

**Konvektion** Das bedeutet, dass Wärmeübertragung mit Stofftransport verbunden ist, sieht man ja gerade im Winter, Heizungsluft steigt nach oben.

**Wärmestrahlung** Körper emittieren und absorbieren Energie in Form von elektromagnetischer Strahlung.

## 19.0.4. Phasenumwandlung und latente Wärme

Schmelzen, Verdampfen, Sublimieren (fest nach gasförmig)

$$Q = mQ_S \quad Q = mQ_V$$

$Q_S, Q_V$ sind die latenten Schmelz(Verdampfungs)wärmen.

# 19.1. Kapitel 3: Elektrizitätslehre

## 19.1.1. Elektrostatik

Das ist die Untersuchung der Kraftwirkung zwischen ruhenden Ladungen. Die kleineste in der Natur vorkommende Elektrizitätsmenge ist die Ladung eines Elektrons. Das ist die Elementarladung $e = 1,602 * 10^{-19} As$. Die Ladung wird auch in Coulomb angegeben $1C = 1As$.
Ladungen sind immer an Masse gebunden. Zudem gibt es zwei Arten von Ladungen, positive und negative, wobei sich gegensätzliche Ladungen sich anziehen können und gleichnamige Ladungen sich abstoßen.
Zudem können Ladungen getrennt und gesammelt werden, wobei man die Ladungen wunderbar mit einem Elektroskop nachweisen kann.

**Coulomb-Gesetz** Trifft eine Aussage über die Kraftwirkung zwischen zwei Ladungen.

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} - \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Die Ladung $q_1$ befindet sich im Punkt $r_1$, die Ladung $q_2$ in $r_2$. Die Kraft, die $q_1$ auf $q_2$ ausübt, wirkt in Richtung $r_{12} = r_2 - r_1$, falls die Ladungen gleiches Vorzeichen besitzen, und in die entgegengesetzte Richtung, falls die Vorzeichen unterschiedlich sind.

Abschirmung von Ladungen, das funktioniert mit dem Blitzableiter und mit dem faradyischen Käfig. Um diese Phänomene zu erklären, brauchen wir wisesn über das elekrische Feld.

## 19.1.2. Elektrisches Feld

$$E = \frac{F}{q}$$

$E$ stellt eine gerichtete Größe da (Vektor), dessen Einheit $1\frac{V}{m}$ ist. Die Gesamtheit der Vektoren bildet ein Vektorfeld. Der gegenseitige Abstand der Linien ist ein Mass für die Feldstärke. Elektrische Feldlinien sind ein grafisches Mittel zur Veranschaulichung der räumlichen Verteilung von Betrag und Richtung des elektrischen Feldes.
Das Feld einer Punktladung $q$ in einem Raumpunkt mit dem Abstand $r$ von der Ladung ist gegeben mit

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q|}{r^2}$$

Das Feld ist radial von der Ladung weggerichtet, wenn die Ladung positiv ist, ist die Ladung negativ, zeigt das Feld auf die Punktladung.

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

# 20. Vorlesung, 20.12.2007

## 20.0.3. Elektrische Potentielle Energie

Wir machen uns hier die Analogie von Gravitationsgesetz und Coulomb-Gesetz zu nutze.

### Arbeit

Die Verschiebearbeit war ja $W = |\vec{F}||\vec{s}|\cos\phi$ und so stellen wir uns das jetzt auch für Ladungen vor.

$$W = \vec{F} * \vec{d} = q\vec{E} * d = q|\vec{E}||\vec{d}|\cos\phi \ , \quad d = Strecke$$

Wir wissen, dass Verschiebearbeit mit potentieller Energie verbunden ist.

$$E_{pot} = U = -W$$

Ladung wird aus dem unendlichen mit Potential null in den Endzustand verschoben.

$$E_{pot} = U = -W_\infty$$

Das elektrische Potential ist

$$U = \frac{E_{pot}}{q}$$

### Spannung

Die Potentialdifferenz bezeichnet man als Spannung

$$\Delta U = \frac{\Delta E_{pot}}{q} = \frac{W}{q}$$

Die Einheit der Spannung ist Volt $1\frac{J}{C} = 1V$.

Man kann nun aus dem elektrischen Feld die Potentiale berechnen.

$$dW = \vec{F}d\vec{r} \quad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

$$\Delta U = \frac{\Delta E_{pot}}{q} = \frac{W}{q} \quad W = q_0 \int \vec{E}d\vec{r}$$

$$\Delta U = U_2 - U_1 = -\int_1^2 \vec{E}d\vec{r}$$

$$U_{12} = U(r_2) - U(r_1)$$

Alle Punkte einer Äquipotentialfläche haben das gleiche Potential.

## Kapazität

Wir wollen potentielle Energie Speichern. Die Kapazität gibt dabei das elektrische Fassungsvermögen eines Leiters an.

$$C = \frac{Q}{U}$$

Die Einheit der Kapazität ist Farad $1\frac{C}{V} = 1F$.
Zum Speichern darf der Kondensator natürlich nicht fehlen.

$$\begin{aligned} U &= Es = \frac{\sigma}{\epsilon_0}s = \frac{Qs}{\epsilon_0 A} \\ C &= \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon_0 A}{s} \end{aligned}$$

mit $\sigma$ Spannungsdichte, was ja Ladung pro Fläche entspricht.

# 21. Vorlesung, 8.1.2008

Aus einem gegebenen Potential $U(r) = \phi(r)$ ergibt sich das Feld $E(r)$ aus Differentiation (Gradientenbildung).

$$E = -grad\phi = -\nabla ?$$

### 21.0.4. Elektrischer Fluss und elektrische Flussdichte

Zusammenhang von elektrischer Feldstärke und elektrischer Flussdichte $D$

$$D = \frac{q}{A} \qquad D = \epsilon\epsilon_0 E$$

Der elektrische Fluss $\phi$ ist

$$\phi = EA \qquad \phi = E * \vec{n}A = EA\cos\Theta = E_n A$$

Daraus ergibt sich das Gaussches Gesetz

#### Gaussches Gesetz

$$\phi_{ges} = \oint_S E_n dA = \frac{Q_{innen}}{\epsilon_0}$$

Für eine Kugel würde so gelten

$$\oint E dA = \underbrace{\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} * \frac{1}{r^2}}_{=E} * \underbrace{4\pi r^2}_{=A}$$

Für den einfachen Fall einer ebenen Fläche $A$, die in der $x$-$y$-Ebene liege, bedeutet das Integral

$$\int f(x,y)dA \qquad \int_x \int_y f(x,y)dxdy \qquad \int_A f dA = fA$$

Damit können wir also für den Kondensator auch folgendes schreiben

$$U = Es \;\; und \;\; D = \epsilon\epsilon_0 E$$

$$\frac{Q}{A} = \epsilon\epsilon_0 \frac{U}{s} \qquad C = \frac{Q}{U} = \epsilon\epsilon_0 \frac{A}{s}$$

$\epsilon$ ist die Dielektrizitätskonstante und gibt das Verhältnis des Kapazität eines Kondensators mit Isolator zur Kapazität des leeren Kondensators an.
Bringt man eine kleine Ladung $dq$ von der negativen auf die positive Platte, so erhöht sich ihre potentielle Energie um den Betrag $dW = Udq$, wobei $U$ die Potentialdifferenz zwischen den Platten ist.
Die Arbeit, die man aufbringen muss, um einen Kondensator aufzuladen, ist das Integral über $Udq$ von $q = 0$ bis $q = Q$.

$$W = \int dW = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$$W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} CU^2$$

Die Kapazität kann erhöht werden, in dem man zwei Kondensatoren parallel schaltet.

$$\begin{aligned} Q_1 &= C_1 U \\ Q_2 &= C_2 U \\ Q &= Q_1 + Q_2 = C_1 U + C_2 U = (C_1 + C_2) U \end{aligned}$$

Die Gesamtkapazität errechnet sich also bei parallel geschalteten Kondensatoren durch die Addition der Einzelkapazitäten.
Um jetzt die Spannung zu erhöhen, muss man die Kondensatoren in Reihe schalten.

$$\begin{aligned} U_2 &= \phi_c - \phi_b = \frac{Q}{C_2} \\ U_1 &= \phi_a - \phi_c = \frac{Q}{C_1} \\ U &= \phi_a - \phi_b = (\phi_a - \phi_c) + (\phi - c - \phi_b) = U_1 + U_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} \end{aligned}$$

Analog wie zur Kapazität errechnet sich die Gesamtspannung durch die Addition der Einzelspannungen.

## Dipol

Ein Dipol ist ein Körper, der zwei getrennte Ladungen mit entgegengesetztem Vorzeichen besitzt. viele Moleküle besitzen einen permanentes Dipolmoment $p$. Auf ein Dipol in einem elektrischen Feld wirkt ein mechanisches Drehmoment

$$M = F \times I = 2F \times \frac{l}{2}$$

mit $F = qE$ als Kraft im elektrischen Feld gilt

$$M = F \times I = qI \times E$$

### 21.0.5. Kinetische Energie im elektrischen Feld

Die Kraft im elektrischen Feld ist bekanntlich $F = qE$. D.h. im elektrischen Feld wird ein Elektron mit der Ladung $e_0$ beschleunigt, wodurch es die kinetische Energie $E_{kin}$ erhält

$$E_{kin} = W_{kin} = Fs \qquad E = \frac{U}{s}$$

Damit ergibt sich für die kinetische Energie

$$W_{kin} = e_0 Es = e_0 U$$

Das bedeutet also, dass die kinetische Energie proportional zur durchlaufenden Spannung $U$ ist. Und deshalb ist das Energiemaß auch $1eV = 1,602 * 10^{-19} Joule$.

### 21.0.6. Elektrischer Strom

Spannung ensteht durch Ladungstrennung. Elektrischer Strom ist ein Ladungstransport (zeitliche Änderung der Ladung). Änderung der Gesamtmenge der Ladung $n*q$ über das Volumen $s * A$

$$\Delta Q = nqsA = qnAv_d \Delta t$$

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nqAv_d \qquad I = \frac{dQ}{dt}$$

Die Einheit des Stroms ist $1A = 1Ampere$.

# 22. Vorlesung, 10.1.2008

## 22.0.7. Widerstand

Die Spannung ist proportional zur Länge des Leiters

$$U = E\Delta l$$

Was ist dann mit dem Strom?

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = I$$

$$I \approx U$$

Die Stromstärke in einem kleinen Drahtstück ist zu der Potentialdifferenz zwischen den beiden Enden dieses Abschnitts proportional.

$$I = GU$$

Wobei $G$ der Leitwert mit $G = \frac{1}{R}$.

### Ohmsches Gesetz

$$R = \frac{1}{G} = \frac{U}{I}$$

Der Widerstand ist allerdings nicht nur abhängig von Strom und Widerstand, sondern auch von den Eigenschaften des Mediums

$$R = \rho\frac{l}{A} \qquad \rho \; spezifische \; Widerstand$$

Ladungstransport erfolgt durch Metalle (Elektronenleiter) oder durch Elektrolyte (Ionenleiter). Ein vom Strom durchflossener Leiter erwärmt sich. Dabei wird die elektrische Energie durch Reibungsvorgänge in Wärmeenergie umgewandelt. Es wird also Joulesche Wärme erzeugt.
Damit können wir die auftretende Wärme pro Zeiteinheit angeben, die elektrische Leistung.

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = UI \qquad \Delta Q = P\Delta t = mc\Delta T$$

Hiermit können wir also Elektrizität und Wärme miteinander verknüpfen.

### Kirchhoffsche Regeln

**Knotenregel** Die Summe aller Teilströme ist gleich null

**Maschenregel** Die Summe aller Spannungen in einer Masche ist gleich null

Aus diesen Regeln ergeben sich die Rechenregeln für Reihen- und Parallelschaltung. Bei der Reihenschaltung gilt

$$R_{ges} = R_1 + R_2 + R_3 \dots$$

und für die Parallelschaltung

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

Die Kirchhoffschen Regeln finden Anwendung bei der Bestimmung unbekannter Widerstände.

### Spannungsteiler (Potentiometer)

$$U_1 = IR_1 = \frac{U}{R_1 + R_2} R_1 = \frac{U}{R} R_1 \qquad \frac{U_1}{U} = \frac{R_1}{R}$$

## 22.0.8. Elektromagnetismus und Induktion

Magnetisches Feld. Analog zum elektrischen Feld einer Ladung erzeugt ein Magnet ein magnetisches Feld $B$ (Vektorfeld) im umgebenden Raum. Jeder elektrische Strom ist mit einem Magnetfeld verbunden.
Wie entstehen Magnetfelder? ??

### Definition des Magnetfeldes

Das elektrische Feld ist ja $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_n}$ und $\vec{F} = q\vec{E}$. Zudem ist $D = \epsilon\epsilon_0 E$.

$$\vec{B} = \frac{\vec{F}_B}{q_0 v} \qquad \vec{F}_B = qv \times \vec{B}$$

$$\vec{F}_B = |q| v B \sin\phi$$

Die Kraft $F_B$ (Lorenzkraft) auf ein geladenes Teilchen, das sich mit der Geschwindigkeit $v$ durch ein Magnetfeld $B$ bewegt, ist senkrecht zu $v$ und zu $B$. $F_B$ hat keine Komponente parallel zu $v$, ändert also ausschließlich die Richtung von $v$. Die Einheit ist $1T = 1Tesla = 1\frac{N}{Am}$.

$$B = \mu\mu_0 H$$

mit $H$ ist magnetische Feldstärke, $\mu$ magnetische Permebilität und $\mu_0$ Inudktionskonstante.
In einem Magnetfeld wirkt auf einen Magneten ein Drehmoment $M$

$$M = m \times H$$

$m$ ist das magnetische Moment der Magnetnadel. Oersted konnte zeigen, dass Magnetfelder in der Umgebung jedes stromdurchflossenen Leiters existieren.
Bei parallelen Strömen ziehen sich gleichgerichtete Ströme ab. Bei entgegengesetzten Strömen stoßen sie sich ab.

# 23. Vorlesung, 15.1.2008

### RC-Kreise

Entladen eines Kondensators. Wird ein Kondensator über einen Widerstand entladen, dann nehmen die Ladung und der Entladestrom exponentiell mit der Zeit ab. Die Zeitkonstante $\tau = RC$ ist die Zeit, in der die Ladung auf den $\frac{1}{e}$ten Teil gefallen

$$I_0 = \frac{U_0}{R} = \frac{Q_0}{RC}$$
$$\frac{Q}{C} - IR = 0 \quad Maschenregel$$
$$\frac{Q}{C} - \frac{dQ}{dt}R = 0$$
$$\Rightarrow Q = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad \tau = RC$$

Der Spannungsabfall über dem Kondensator und über dem Widerstand muss gleich sein.
Über den CR-Kreis geht es dann andersherum, das Laden das Kondensators: Wird ein Kondensator über einen Widerstand geladen, dann nimmt die Ladung exponentiell mit der Zeit zu. Die Zeitkonstante $\tau = RC$ ist die Zeit, in der der Kondensator auf 63% seines Endwertes wieder aufgeladen ist.

### Magnetisches Feld

Analgon zum elektrischen Feld einer Ladung erzeugt ein Magnet ein magnetisches Feld $B$ (Vektorfeld) im umgebenden Raum. Die Quellen des magnetischen Feldes können Permantentmageneten sein, aber auch jeder elektrische Strom ist mit einem Magnetfeld verknüpft. Denn bewegte elektrische geladenen Teilchen erzeugen ein Magnetfeld.

$$\vec{B} = \frac{\vec{F}_B}{q_0 \vec{v}}$$

Die Einheit ist hier 1 Tesla $= 1T = 1\frac{N}{Am}$.
Die magnetsiche Kraftwirkung ist

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \qquad F_B = |q|v * B * \sin\phi$$

Diese Kraft wird als Lorenzkraft bezeichnet. Die Kraft auf ein geladenes Teilchen, das sich mit der Geschwindigkeit $v$ durch ein Magnetfeld $B$ bewegt, ist immer senkrecht zu $v$ und

zu $B$. $F_B$ hat keine Komponente parallel zu $v$, ändert also ausschließlich die Richtung von $v$ und nicht die kinetische Energie des Teilchens.
Magnetische Feldlinien eines stromdurchflossenen Leiters besitzen keinen Anfang und kein Ende, sie sind geschlossen. Sie haben aber eine Richtung (laufen in Stromrichtung rechts herum).

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$
$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q|}{r^2}$$

Bewegt sich ein Teilchen genau senkrecht zum magnetischen Feld, dann führt die Richtung der Kraftwirkung dazu, dass das Teilchen im Magnetfeld eine Kreisbahn beschreibt. Daher muss die Zentripetalkraft gleich der Lorzentkraft sein.

$$\frac{mv^2}{r} = qvB \qquad r = \frac{mv}{qB}$$

$$Umlaufzeit\ T = \frac{2\pi r}{v}$$

Jetzt wollen wir die spezifische Ladung eines Elektrons bestimmen.

$$\vec{F} = q\vec{E} \qquad \vec{F}_B = |q|vB\sin\phi \rightarrow qE = qvB \rightarrow v = \frac{E}{B}$$

d.h. für eine vorgegebene Feldanordnung heben sich die Felder nur bei einer bestimmten Geschwindigkeit der Ladungsträger auf. Ein Teilchen mit größerer Geschwindigkeit wird in Richtung des magnetischen Feldes abgelenkt, ein Teilchen mit niedriger Geschwindigkeit in Richtung des elektrischen Kraft (Geschwindigkeitsfilter). Die Anwendung ist z.B. ein Versuch von Joseph J. Thomson (1897). Aus der Ablenkung eines Kathodenstrahls als Funktion der Feldparameter konnte er zeigen, dass das Verhältnis von Ladung zu Masse eine Konstante ist.

### Magnetfeld einer Spule

$$B(0) = \frac{\mu_0 I}{2\pi\alpha}$$

Das Magnetfeld im Innern einer Spule mit der Windungszahl $n$ hängt von der Spulen-Geometrie ab.

$$B = \mu_0 n I$$

viel genauer ist aber

$$B = \frac{\mu_0 n I}{2l} * (\frac{b}{\sqrt{b^2+R^2}} + \frac{a}{\sqrt{a^2+R^2}}$$

### Induktion

Ein Strom tritt immer dann auf, wenn es eine relative Bewegung zwischen Magnet und Leiterschleife gibt. Die durch Bewegung von Magneten oder Strömen erzeugten Induktionsströme haben eine solche Richtung, dass ihre Magnetfeld der Bewegung entgegenwirkt, d.h. dass positive Arbeit geleistet wird (Lenzsche Regel).

**Induktionsgesetz** In einem Leiter wird eine Spannung $U$ induziert, wenn sich der magnetische Fluss $\Phi$ ändert.

$$U = \oint E dl = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Das Linienintegral über das elektrische Feld längs einer geschlossenen Leiterschleife ist gleich der Arbeit, die an der Ladung geleistet worden ist.
Analog zum elektrischen Fluss kann man nun den magnetischen Fluss berechnen

$$\Phi = BA = \int_A B_n dA$$

Die Einheit ist hier ein Weber ($1Wb = 1Tm$).

### Faradaysches Gesetz

$$U = -\frac{d}{dt} \int B dA$$

$$\int U dt = \Delta\Phi = B\Delta A \qquad \int dt = n\Delta\Phi = -B\Delta A$$

für eine Spule mit $n$ Windungen.
Um eine Änderung der Spannung zu bewirken, muss man nun entweder das Magnetfeld ändern, die Fläche oder den Winkel zwischen Fläche und Magnetfeld (Rotation einer Leiterschleife erzeugt Wechselstrom).
Das Minuszeichen im Faradayschen Gesetz resultieret aus der Richtung der Induktionsspannung: Die durch die Bewegung von Magneten oder Strömen erzeugte Induktionssströme habenn eine solche Richtung, dass ihr Magnetfeld der Bewegung entgegengesetzt wirkt, d.h. dass positive Arbeit geleistet wird.

**Induktivität** Das magnetische Feld und damit auch die magnetische Fluss in der Nähe einer stromdurchflossenen Spule ist proportional zu $I$.

$$B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r} \rightarrow \Phi \sim I \quad \Phi = LI$$

Der Proporionalitätsfaktor $L$ heißt Selbstinduktivität.

$$L = \frac{\Phi}{I} = \mu_0 n^2 AI \qquad U = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

**Transformator**

Ein Transformatoer besteht aus zwei Spulen mit den Windungszahlen $N_S$ und $N_P$.

$$U_S = -\frac{N_S}{N_P} U_P \qquad I_P N_S = -N_P I_P$$

Wird die Spannung herauf transformiert, wird gleichzeitig der Strom herunter transformiert und umgekehrt. Die Anwendung ist der Transport von elektrischer Energie.

**Tesla-Transformator** Eine kleine Wechselspannung in einer äußeren Spule wird in eine höhere Wechselspannung in der inneren Spule transformiert. Die Anordnung wirkt wie eine Hochfrequenzsender, dessen elektromagnetisches Feld eine Neonröhre zum Leuchten bringen kann.

## 23.0.9. Wechselstrom

Wird wie gesagt z.B. durch eine Rotation einer Leiterschleife im magnetischen Feld induziert.

$$U = U_0 \sin \omega t$$

Je nach Bauelemente im Wechselstromkreis können $U$ und $I$ phasenverschoben sein.

$$I = I_0 \sin(\omega t + \phi)$$

Der Effektivwert ist $I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$.
Der Widertand in einem Wechselstromkreis ist

$$R_\Omega = \frac{U}{I} = \frac{U_0 \sin \omega t}{I_0 \sin \omega t} = \frac{U_0}{I_0} = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$$

Auch die Leistung ergibt sich als

$$P = U_{eff} I_{eff}$$

Bei einer Spule im Wechselstromkreis ergibt sich

$$U = L\dot{I} = L I_0 \omega \cos \omega t = U_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

Hier eilt also die Spannung dem Strom voraus.
Und jetzt der Kondensator:

$$U = -\frac{I_0}{\omega C} \cos \omega t = \frac{I_0}{\omega C} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

Hier eilt der Strom der Spannung voraus.
Der kapazitive Widerstand ergib sich als $R_C = \frac{U_0}{I_0} = \frac{1}{\omega C}$.

$$U = -\frac{I_0}{\omega C} \cos \omega t = ???$$

### Schwingkreis

$$U = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

Nach der Energieerhaltugn gilt

$$\frac{1}{2}CU^2 + \frac{1}{2}LI^2 = const$$

usw. usf