

9. Aufgabenblatt (freiwillig) vom Montag, den 17. Dezember 2007 zur Vorlesung

Mathematik für Informatiker III

(Frank Hoffmann)

Abgabe: bis Mittwoch, den 09. Januar 2008, 12¹⁵

1. Isometrie (2+1+2 Punkte)

- (a) Bestimmen Sie mit Hilfe der Komplementärmatrix die inverse Matrix über dem Körper \mathbb{F}_5 zu

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

- (b) Seien x, y Nichtnullvektoren in einem euklidischen Vektorraum. Zeigen Sie:

$$\|x + y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2\|x\|\|y\|\cos(x, y)$$

- (c) Was versteht man unter einer Isometrie? Wie kann man die Eigenschaft, Isometrie zu sein, an der Matrix der Abbildung ablesen?

Ersetzen Sie in der folgenden reellen Matrix A die Sternchen durch konkrete Werte, so dass A zu einer Isometrie gehört. (Die Sternchen können zu verschiedenen Werten gehören!) Begründen Sie kurz Ihr Vorgehen.

$$A = \frac{1}{6} \cdot \begin{pmatrix} 2 & * & -4 \\ 4 & * & 4 \\ 4 & * & -2 \end{pmatrix}$$

2. Verschiedenes (2+2+1 Punkte)

- (a) Bestimmen Sie zum Lösungsraum U der linearen Gleichung $x_1 - x_2 - x_3 = 0$ einen komplementären Unterraum U' im \mathbb{R}^3 , das heißt: $U + U' = \mathbb{R}^3$, $U \cap U' = \{(0, 0, 0)\}$.
- (b) Was versteht man unter Eigenwerten und Eigenvektoren einer linearen Abbildung $f : V \rightarrow V$?
Sei P_3 der reelle Vektorraum aller reellen Polynome in einer Variablen vom Grad ≤ 3 und sei $d : P_3 \rightarrow P_3$ die lineare Abbildung, die einem Polynom seine Ableitung zuordnet. Welche Eigenwerte, Eigenvektoren hat d ?
- (c) Sei $C \subset \{0, 1\}^8$ 2-fehlerkorrigierend. Zeigen Sie, dass dann C weniger als 7 Codewörter enthält.

Hinweis: Dies sind Teile aus alten Klausuren und Sie sollten in der Lage sein, sie ohne Hilfsmittel in zirka einer Stunde zu lösen. Die Aufgaben werden falls gewünscht korrigiert und die erreichten Punkte gutgeschrieben.