

Mathematik für Informatiker III  
(Frank Hoffmann)

Abgabe: bis Mittwoch, den 23. Januar 2008, 12<sup>15</sup>

1. **Syndromdecodierung** (3 Punkte)

Betrachten Sie den  $(4, 2, 3)$ -Code über  $\mathbb{F}_3$  im Skript S. 84. Decodieren Sie die folgenden erhaltenen Nachrichten mittels Syndromdecodierung:

$$v_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2. **Aufgabenverteilung** (2 Punkte)

Wieviele Möglichkeiten gibt es, 7 verschiedene Aufgaben so auf 4 Studenten zu verteilen, dass jeder wenigstens eine Aufgabe lösen muss, aber die schwierigste Aufgabe dem besten Studenten zugeordnet wird?

3. **Analyse des Astragalus-Spiels** (2 Punkte)

Modellieren Sie das in der Vorlesung besprochene Astragalus-Spiel mit 4 vierseitigen Würfeln. Die Seiten eines Würfels sind beschriftet mit 6,4,3,1 und haben die Wahrscheinlichkeiten 7%, 48%, 35% und 10%, dass sie beim einmaligen Würfeln fallen. Wieviele verschiedene Ergebnisse gibt es beim einmaligen Werfen 4 solcher Würfel, wenn man sie als unterscheidbar bzw. als nicht unterscheidbar ansieht?

Was ist der Erwartungswert für die erreichte Punktzahl und was die Varianz?

4. **Bedingtes** (2 Punkte)

Vor Ihnen steht eine Kiste mit 5000 Chips, 1000 der Firma I und 4000 der Firma M. Von der ersten Sorte sind 10%, von der zweiten 5% defekt. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Chip defekt ist, wenn er von der Firma I stammt? Und was ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Chip von der Firma I ist, wenn er defekt ist

5. **Siebformel** (4+4+2 Punkte)

- (a) Sei  $(\Omega, \mathcal{F}, p)$  ein Wahrscheinlichkeitsraum und  $A_1, \dots, A_n$  Ereignisse. Beweisen Sie (Tipp: Vollständige Induktion) die sogenannte Siebformel, auch als Inklusions-Exklusions-Prinzip bekannt:

$$p\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n p(A_i) - \sum_{1 \leq i < j \leq n} p(A_i \cap A_j) + \dots + (-1)^{n+1} p\left(\bigcap_{i=1}^n A_i\right)$$

- (b) Wir betrachten zufällige Permutationen  $x_1, \dots, x_n$  der Elemente  $1, \dots, n$ . Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass wenigstens ein  $i$  an der richtigen Stelle steht, das heißt  $x_i = i$  gilt? Benutzen Sie die Siebformel und betrachten Sie Ereignisse  $A_i$ , die aus allen Permutationen mit  $x_i = i$  bestehen.

- (c) Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei den eben betrachteten Permutationen genau  $k$  der  $n$  Einträge an den richtigen Stellen stehen? Tipp: Betrachten Sie das Komplementärereignis zu Aufgabe b.