

Mathematik für Informatiker III  
(Frank Hoffmann)

Abgabe: bis Mittwoch, den 21. November 2007, 12<sup>15</sup>

1. **Gruppe von Matrizen** (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass die folgende Menge von Matrizen über  $\mathbb{R}$  bezüglich der Matrizenmultiplikation eine Gruppe bildet.

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\}$$

2. **Matrixprodukt** (2 Punkte)

Bestimmen Sie für positive  $n \in \mathbb{N}$ :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n$$

3. **Matrixtyp** (5 Punkte)

Von welchem Typ muss die Matrix  $X$  über  $\mathbb{R}$  sein, damit die folgende Gleichung sinnvoll ist. Bestimmen Sie dann die Menge aller Matrizen, die dieser Gleichung genügen.

Hinweis: Auf der rechten Seite der Gleichung steht die  $3 \times 2$ -Nullmatrix.

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = O_{3 \times 2}$$

4. **Geometrisches** (4 Punkte)

Sei wie in der Vorlesung besprochen  $A_\phi$  die zu einer Drehung um den Winkel  $\phi$  in der Ebene gehörende Matrix aus  $M(2 \times 2, \mathbb{R})$ ,  $B_\psi$  die Matrix der Spiegelung an der Geraden durch den Ursprung mit Anstiegswinkel  $\psi/2$ .

Berechnen Sie und interpretieren Sie geometrisch die Produkte  $B_\psi \cdot A_\phi$  und  $B_\psi \cdot B_\phi$ . Was sind die inversen Matrizen zu  $A_\phi$  bzw.  $B_\psi$ ?

5. **Inverse Matrix** (6 Punkte)

Berechnen Sie mittels Zeilenumformungen die inverse Matrix zu

$$\begin{pmatrix} 1.5 & -1 & 3 & 2.5 \\ 3 & -2 & 2 & 5 \\ -3 & 0 & -2 & -5 \\ 6 & -4 & 4 & 15 \end{pmatrix}.$$

Machen Sie auch die Probe!