

Mathematik für Informatiker III
(Frank Hoffmann)

Abgabe: bis Mittwoch, den 16. Januar 2008, 12¹⁵

1. **Endlicher Körper** \mathbb{F}_8 (8 Punkte) Zur Erinnerung: Die Elemente von \mathbb{F}_8 lassen sich identifizieren mit Polynomen $d_2x^2 + d_1x + d_0 \in \mathbb{F}_2[x]$ von Maximalgrad ≤ 2 . Dieses ist eindeutig bestimmt durch das Tripel $d_2d_1d_0$ von Koeffizienten und das kann man wiederum als Binärdarstellung einer Zahl aus $\{0, 1, \dots, 7\}$ lesen. Wie wird gerechnet in \mathbb{F}_8 ? Die Addition ist einfach die Addition von Polynomen. Für die Multiplikation fixieren wir das irreduzible Polynom $g(x) = x^3 + x^2 + 1$. Das Ergebnis von $p(x) \cdot q(x)$ in \mathbb{F}_8 ist das eindeutig bestimmte Polynom $p(x) \cdot q(x) \bmod g(x)$.

Bestimmen Sie über \mathbb{F}_8 die Determinante der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \\ 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

2. **Erweiterter Linearcode** (5 Punkte)

Sei C ein binärer (n, k) -Linearcode, in dem es Codewörter ungeraden Gewichts gibt. Bezeichne C^* den Code $\{a_1a_2 \dots a_na_{n+1} \mid a_1 \dots a_n \in C \text{ und } a_{n+1} = \bigoplus_{i=1}^n a_i\}$, das ist der sogenannte erweiterte Code zu C .

- (a) Zeigen Sie, dass C^* ein $(n+1, k)$ -Linearcode ist.
- (b) Falls $d(C)$ ungerade ist, so ist $d(C^*) = d(C) + 1$.

3. **Hamming-Code** (2 Punkte)

Wir betrachten den Hammingcode $Ham_2(3)$, s. Skript S.77. Die erhaltene Nachricht sei $c = (1001101)^t$. Zu welchem Codewort werden Sie dies decodieren? Was war die gesendete Nachricht?

4. **Konstruktion eines Codes** (5 Punkte) Konstruieren Sie die Checkmatrix eines $(4, 2, 3)$ -Codes über einem möglichst kleinem Alphabet. Konstruieren Sie dann aus der Checkmatrix die Generatormatrix Ihres Codes.