

11. und letztes reguläres Aufgabenblatt vom Freitag, den 29. Juni 2007 zur Vorlesung

## Mathematik für Informatiker II

(Frank Hoffmann)

Abgabe bis Mittwoch, den 11. Juli 2007, 13<sup>00</sup>

1. **Polynome I** (2 Punkte) Entwickeln Sie das Polynom  $x^4 - 5x^3 + 5x^2 + x + 2$  nach Potenzen von  $(x - 2)$ .
2. **Taylor I** (4 Punkte) Bestimmen Sie die ersten 5 Glieder der Taylor-Entwicklung um den Punkt  $x_0 = 0$  der Funktionen

$$f(x) = (1 + \sin x)x \quad g(x) = \ln \cosh x$$

3. **Taylor II** (4 Punkte) Gegeben sei die Funktion  $f(x) = \ln(1 - x + x^2)$  mit  $-1 \leq x < 1$ . Bestimmen Sie mit die Taylorpolynome 1., 2. und 3. Grades im Punkt  $x_0 = 0$  und fertigen Sie Plots der Funktion und der Taylorpolynome an.
4. **Polynome II** (2 Punkte) Argumentieren Sie, dass eine auf einem offenen Intervall  $(n + 1)$ -mal differenzierbare Funktion  $f$  mit  $f^{(n+1)}(x) = 0$  für alle  $x$  aus dem Intervall notwendigerweise ein Polynom vom Grad  $\leq n$  ist.
5. **Umkehr- und Winkelfunktionen** (4 Punkte)
  - (a) Für die Umkehrfunktion  $g$  von  $f(x) = x^5 + x$  berechne man  $g'(0), \dots, g^{(4)}(0)$ .
  - (b) Zeigen Sie, dass  $f(x) = \tan x - x$  im Intervall  $(-\pi/2, \pi/2)$  umkehrbar ist und dass die Umkehrfunktion  $g(x)$  die Gleichung

$$g'(x) = (g(x) + x)^{-2}$$

erfüllt.

6. **Bestimmte, unbestimmte & uneigentliche Integrale** (4 Punkte)

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}} \quad ; \quad \int \sin^2 x dx \quad ; \quad \int_0^\pi \cos(3t - 5) dt \quad ; \quad \int_{-\infty}^\infty \frac{1}{1+x^2} dx$$