

Mathematik für Informatiker II  
(Frank Hoffmann)

Abgabe bis Mittwoch, den 04. Juli 2007, 13<sup>00</sup>

1. **L'Hospital** (5 Punkte) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte und verwenden Sie ggf. die Regel von L'Hospital:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{xe^{x-1}} ; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}}{\ln^2 x} ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1 + x^2}{x^4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{\cos ax} - \sqrt{\cos bx})x^{-2} ; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(a + be^x)}{\sqrt{c + dx}} \quad (b, d > 0)$$

2. **Mittelwertsatz** (3 Punkte) Ein reelles Polynom  $p(x)$  vom Grade  $n$  habe  $n$  Nullstellen  $x_1 < \dots < x_n$ . Zeigen Sie: Hat  $p(x)$  ein lokales Extremum an der Stelle  $c \in \mathbb{R}$  so gilt  $x_1 < c < x_n$ .
3. **Newton-Verfahren** (4 Punkte) Bestimmen Sie die Zahl  $\pi$  auf mindestens 6 Stellen genau mit Hilfe der Gleichung

$$\tan \frac{x}{4} - \cot \frac{x}{4} = 0$$

4. **Min-Max** (4 Punkte) Finden Sie maximalen und minimalen Funktionswert der Funktion  $f(x) = \sqrt[3]{(x^2 - 2x)^2}$  für das Intervall  $[-1/3, 1/3]$ .
5. **Kegel** (4 Punkte) Aus einem Kreis mit Radius  $R$  ist ein Sektor so auszuschneiden, dass der aus dem Rest entstehende Kreiskegelmantel einen Kegel mit maximalem Volumen bestimmt.