

Mathematik für Informatiker II
(Frank Hoffmann)

Abgabe am Mittwoch, den 16. Mai 2007 bis 13⁰⁰

1. **Polynomentwicklung** (4 Punkte)

- (a) Unter der Entwicklung des Polynoms $p(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$ an der Stelle x_0 versteht man eine Darstellung der Form $p(x) = \sum_{i=0}^n b_i (x - x_0)^i$. Zeigen Sie, dass eine solche Darstellung immer existiert und dass sie eindeutig ist.
- (b) Betrachten Sie die Polynomfunktion $p(x) = x^2 - 2x - 1$ aus $\mathbb{Q}[x]$. Entwickeln Sie dieses Polynom an den Stellen $x_0 = 1$ und $x_0 = -1$

2. **Newton und Lagrange** (6 Punkte)

- (a) Bestimmen Sie mit der Newton-Interpolation ein Polynom mit reellen Koeffizienten, dass die folgenden Stützstellen hat:

$$(-2, 0), (-1, 0), (0, -1), (1, 0), (2, 0)$$

- (b) Wiederholen Sie die vorherige Aufgabe mit der Lagrange-Interpolation.

3. **Nullstellen** (4 Punkte)

Welche ganzzahligen Werte kommen als Nullstellen x_0 für das Polynom

$$x^4 + 9x^3 + 29x^2 + 39x + 18$$

in Frage. Spalten Sie sukzessive mit Hilfe des Horner-Schemas für jede Nullstelle x_0 den Linearfaktor $(x - x_0)$ ab und bestimmen Sie $p(x)$ in Produktdarstellung.

4. **Polynomdivision** (6 Punkte)

- (a) Bestimmen Sie für die Polynome über dem Körper \mathbb{Z}_2

$$p(x) = x^7 + x^6 + x^4 + x^3 + x + 1, \quad q(x) = x^4 + x^2 + x + 1$$

den ganzrationalen und den echt gebrochen rationalen Anteil von $\frac{p(x)}{q(x)}$.

- (b) Bestimmen Sie für die Polynome über dem Körper \mathbb{Q}

$$p(x) = 2x^7 + 5x^6 - 14x^5 + 20x^4 - x^3 - 6x^2 + 6x + 4, \quad q(x) = x^4 + 4x^3 - 2x^2 + 2x + 1$$

den ganzrationalen und den echt gebrochen rationalen Anteil von $\frac{p(x)}{q(x)}$.