

Mathematik für Informatiker II  
(Frank Hoffmann)

Abgabe bis Mittwoch, den 30. Mai 2007, 13<sup>00</sup>

1. **Einheitswurzeln** (8 Punkte) Bezeichne  $\zeta_{n,k}$  die komplexe Zahl  $e^{i2k\pi/n}$ . Beweisen Sie:

- (a)  $\forall n > 0, k \geq 0, d > 0 \quad \zeta_{dn,1}^{dk} = \zeta_{n,1}^k$   
(b) Für gerades  $n > 0$  gilt:  $\zeta_{n,1}^{n/2} = -1$   
(c) Für gerades  $n > 0$ :

$$\{\zeta_{n,0}^2, \dots, \zeta_{n,n-1}^2\} = \{\zeta_{n/2,0}, \dots, \zeta_{n/2,n/2-1}\}$$

- (d) Für  $n > 0$  und positives ganzes  $k < n$  gilt:  $\sum_{j=0}^{n-1} (\zeta_{n,k})^j = 0$

2. **Trigonometrisches** (4 Punkte) Trigonometrische Formeln kann man sehr einsichtig aus Formeln für  $e^{i\phi}$  über einen entsprechenden Vergleich der Realteile bzw. Imaginärteile herleiten. Bestätigen Sie:

$$\sin 4\phi = 8 \cos^3 \phi \sin \phi - 4 \cos \phi \sin \phi$$

$$\cos 4\phi = 8 \cos^4 \phi - 8 \cos^2 \phi + 1$$

3. **Komplexe Zahlenebene** (4 Punkte) Skizzieren Sie als Punktmengen in der komplexen Zahlenebene die folgenden Mengen und begründen Sie kurz Ihre Lösungen:

$$\{z \in \mathbb{C} | z = 3 - i + 5e^{it}, 0 \leq t \leq \pi\}, \quad \{z \in \mathbb{C} | z = te^{it}, t \geq 0\}$$

$$\{z \in \mathbb{C} | |z - 1 - i| \leq 3\}, \quad \{z \in \mathbb{C} | \arg(1 + z^2) = 0\}$$

4. **Umrechnung** (4 Punkte) Man berechne Real- und Imaginärteil sowie Betrag und Argument von

$$\left( \frac{2+i}{1-(1+i)^2} \right)^9 \quad \text{und} \quad \left( \frac{1+i}{1-i} \right)^{99}$$