

Mathematik für Informatiker I  
(Frank Hoffmann)

Abgabe am Mittwoch, den 15. November 2006 bis 13<sup>00</sup>

1. **Symmetrische Differenz** (6 Punkte)

Beweisen Sie die folgenden Sachverhalte oder geben Sie ein Gegenbeispiel an!

- (a)  $A \cap (B \oplus C) = (A \cap B) \oplus (A \cap C)$
- (b)  $(A \cap B) \oplus (C \cap D) \subseteq (A \oplus C) \cap (B \oplus D)$
- (c)  $(A \cup B) \oplus (C \cup D) \subseteq (A \cup C) \oplus (B \cup D)$

2. **Relationen** (4 Punkte)

Sei  $X = \{0, 1\}$ . Sei  $B$  die Potenzmenge von  $X \times X$ , das ist also die Menge aller binärer Relationen in  $B$ .

- (a) Listen Sie alle Elemente von  $B$  auf!
- (b) Listen Sie alle Elemente auf von

$$isInverseOf = \{(R, S) \mid R, S \in B, R = S^{-1}\}$$

- (c) Was ist  $isInverseOf^{-1}$  und was  $isInverseOf \circ isInverseOf$ ?

3. **Abschluss** (4 Punkte)

Finden Sie für die folgenden Relationen jeweils den reflexiven Abschluss, den symmetrischen Abschluss und den transitiven Abschluss.

- (a)  $\leq$  in  $\mathbb{N}$
- (b)  $R$  in  $\mathbb{N}$  mit  $xRy$  falls  $y = x + 1$ .
- (c)  $R$  in  $\mathbb{R}$  mit  $xRy$  falls  $y = x + 1$ .
- (d)  $R$  in  $\mathbb{R}$  mit  $xRy$  falls  $|x - y| < 0.0005$ .

4. **Äquivalenzrelationen** (4 Punkte)

Zeigen sie, dass die folgenden Relationen Äquivalenzrelationen sind. Was sind die Äquivalenzklassen?

- (a) Für  $x, y \in \mathbb{R}$  sei  $xRy$  genau dann, wenn  $\sin(x) = \sin(y)$ .
- (b) Für  $x, y \in \mathbb{R}$  sei  $xRy$  genau dann, wenn entweder sind  $x, y$  beide positiv oder beide negativ oder beide 0.

5. **Falscher Beweis für falsche Aussage** (2 Punkte)

Was ist falsch an folgendem Beweis: Wir zeigen, dass jede Relation, die symmetrisch und transitiv ist, automatisch auch reflexiv ist.

Wir wählen für ein beliebiges  $x$  ein  $y$  mit  $xRy$ . Wegen der Symmetrie gilt auch  $yRx$  und schließlich wegen der Transitivität auch  $xRx$ .