

Mathematik für Informatiker I
(Frank Hoffmann)

Abgabe am Mittwoch, den 01. November 2006 bis 13⁰⁰

1. **Logik im Alltag** (2 Punkte)

Restaurant A wirbt mit dem Slogan “Gutes Essen ist nicht billig!”, das danebenliegende Restaurant B sagt “Billiges Essen ist nicht gut!”. Meinen sie nun dasselbe oder nicht? Begründen Sie Ihre Antwort!

2. **Baumdarstellung, bootom-up-Auswertung** (2 Punkte)

Stellen Sie den folgenden Term als Baum dar und werten Sie den Term bottom-up aus für die Belegung von p und q mit einer wahren Aussage sowie r und s mit falschen Aussagen.

$$((((\neg(\neg p)) \wedge (\neg q)) \wedge r) \vee (((\neg(\neg q)) \wedge (\neg r)) \wedge s) \Leftrightarrow (s \Rightarrow p))$$

3. **Tautologien** (4 Punkte) Bestimmen Sie mittels Wertetabellen, ob die folgenden Booleschen Terme Tautologien sind.

- (a) $((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Leftrightarrow r)$
- (b) $((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
- (c) $((p \Rightarrow q) \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow (q \Rightarrow r))$
- (d) $((p \Rightarrow q) \Rightarrow q) \Rightarrow p$

4. **Boolesche Gesetze** (4 Punkte)

Vereinfachen Sie die folgenden Formeln so weit wie möglich durch Anwendung (und Benennung) der verwendeten semantischen Äquivalenzen (Booleschen Gesetze)

- (a) $(x \wedge y) \vee (x \wedge \neg y) \vee (\neg x \wedge y) \vee (\neg x \wedge \neg y)$
- (b) $(x \wedge y \wedge \neg z) \vee (x \wedge \neg y \wedge z) \vee (x \wedge \neg y \wedge \neg z)$

5. **Boolesche Funktionen** (4 Punkte).

Geben Sie mittels Fallunterscheidung einen auch formal exakten Beweis für die folgende Tatsache.

Sei f eine beliebige n -stellige Boolesche Funktion. Dann gilt für jede Variable x_i mit $1 \leq i \leq n$:

$$f(x_1, \dots, x_n) = x_i \wedge f(x_1, \dots, x_{i-1}, 1, \dots, x_n) \vee \neg x_i \wedge f(x_1, \dots, x_{i-1}, 0, \dots, x_n)$$

6. **Antivalenz und Sheffer-Strich** (4 Punkte)

Der Sheffer-Strich $p|q$ zweier Wahrheitswerte p, q ist genau dann 1, wenn nicht gleichzeitig $p = 1$ und $q = 1$ ist. Das entspricht also der negierten Konjunktion. Untersuchen Sie, ob jeweils das Kommutativ- und das Assoziativgesetz für die Antivalenz bzw. den Sheffer-Strich gelten!