

Mathematik für Informatiker I  
(Frank Hoffmann)

Abgabe am Mittwoch, den 13. Dezember 2006 bis 13<sup>00</sup>

1. **Binomischer Satz** (6 Punkte)

- (a) Beweisen Sie den binomischen Satz mit vollständiger Induktion!
- (b) Benutzen Sie den binomischen Satz, um die folgende Identität zu beweisen:

$$2^n = \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} 3^{n-k}$$

Werten Sie diese Gleichung für  $n = 4$  explizit aus.

2. **Identitäten** (4 Punkte)

- (a) Geben Sie ein kombinatorisches Argument an, dass die folgende Identität gilt:

$$\binom{2n}{2} = 2 \cdot \binom{n}{2} + n^2$$

- (b) Beweisen Sie:

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}$$

3. **Abzählen I** (2 Punkte) Ein Dozent vergibt insgesamt 90 Punkte für 12 Fragen, für jede Frage mindestens 4 Punkte. Wieviele Punktverteilungen sind möglich?

4. **Abzählen II** (2 Punkte) Wieviele verschiedene Lösungen hat die Gleichung:

$$x + y + z + w = 18 \quad \text{mit} \quad x, y, z, w \in \mathbb{N}$$

5. **Poker und Bridge** (6 Punkte)

Beim Poker hat man 5 von 52 Karten in der Hand, ein sogenanntes Blatt. Beim Bridge gibt es 4 Spieler Nord, Ost, Süd und West mit je 13 Karten.

- (a) Wieviele Möglichkeiten gibt es, dass im Poker-Blatt genau 4 Karten von der gleichen Farbe sind?
- (b) Wie oft gibt es ein Blatt mit einem Full House beim Poker, das heißt, es enthält drei Karten verschiedener Farbe mit identischem Wert (z.B. 3 Asse), plus zwei andere Karten mit gleichem Wert (z.B. 2 Sieben)?
- (c) Wieviele verschiedene Ausgangssituationen gibt es beim Bridge?