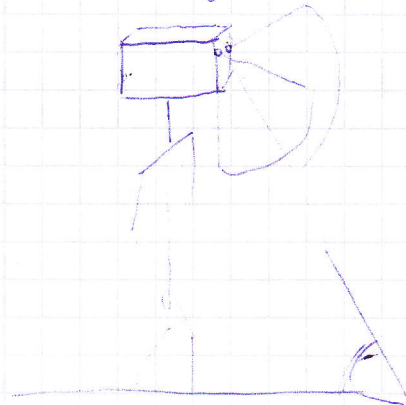


Uns interessieren zwei große Themenbereiche

- Farbe
- Geometrie

1. Vorlesung
21.4.2009

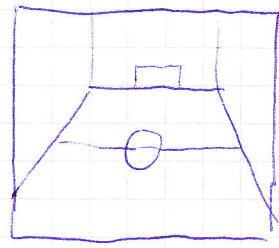
Wir fangen an mit FARBE.



Die Kamera des Roboters produzieren von den Objekten eine Projektion, da sie von oben anschauen.



Ein Bild der Kamera auf einen Fussballfeld sieht dann ca. so aus:

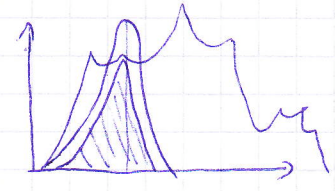
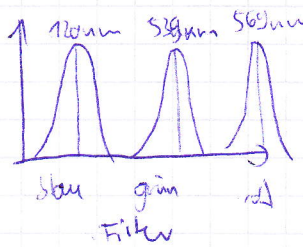
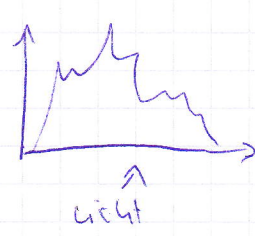


Farbsegmentierung

Farbe ist eine Empfindung des Menschen und muss durch die Maschine gemessen werden. Wie kann also das Werkzeugen?

Das menschliche Auge hat Rezeptoren für die Farben rot, blau, grün sowie Rezeptoren, die auf Helligkeit reagieren.

Die Rezeptoren funktionieren wie Filter des ins Auge kommenden Lichts.



gekürzt. RGB Farbraum

Durch das Filtern hat man natürlich schon ein Genauigkeitsverlust.

Shauen wir uns die Kamera an.

Bayer Filter



(chip Licht detektor)

CCD - charged coupled device
CMOS

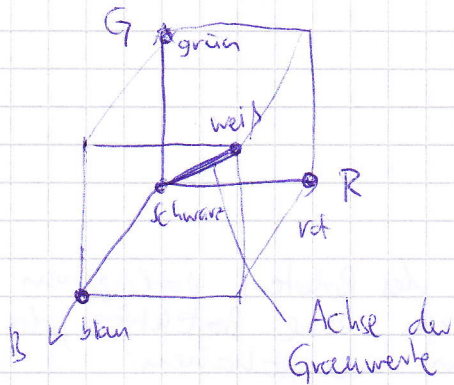
12 Bit
8-16 Bit

Man lässt mehr grüne Filter ein, da das menschliche Auge in dem Bereich empfindlicher ist.

Der RGB Wert für einen Pixel wird interpoliert:

$$\begin{matrix} R & G & B \\ \frac{r_1+r_2}{2} & \frac{g_1+g_2+g_3+g_4}{4} & \frac{b_1+b_2}{2} \end{matrix} \quad 14 \text{ Bit}$$

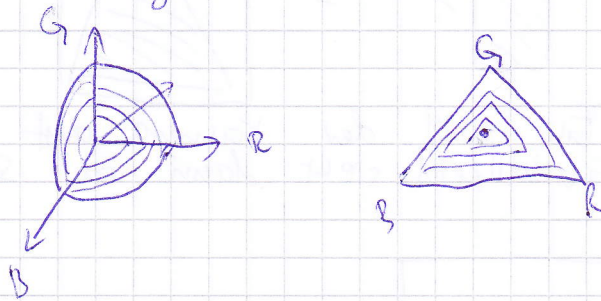
Ein RGB Wert ist ein Punkt im RGB-Raum.



Der Abstand vom Nullvektor Ursprung bis zum Rand ist die Sättigung. Die Farbigkeit ist der Winkel des Vektors. (hue)

Da die Farbe das entscheidende ist, kann man ohne Verlust von dem 3D RGB Raum in 2D gehen; in dem man die Ebenfläche

folgender Kugel betrachtet:



Der Radius gibt die Sättigung an und der Winkel die Farbigkeit. Die Intensität ist die Helligkeit.

Es gibt natürlich noch andere Farbräume: YUV, HSV, HSB, CIE...

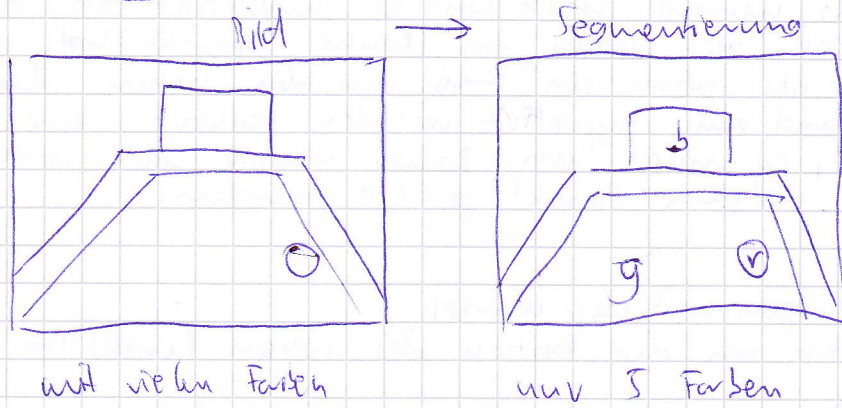
HSV-Raum

Intensität $V = \max(R, G, B)$

Sättigung $S = \begin{cases} 0 & R=G=B=0 \\ (\max(R, G, B) - \min(R, G, B)) / \max(R, G, B) & \text{sonst} \end{cases}$

$H = \begin{cases} 0^\circ & R=G=B \\ 60^\circ & \text{wenn } G > B \\ 300^\circ & \text{wenn } B > G \end{cases}$

Übungsaufgabe



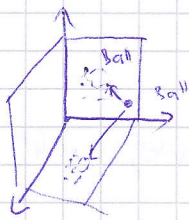
Mit Nearest Neighbors

Weiß und Schwarz einfach: weiß hohe Intensität

28.4.09
Vorlesung 2

Farbtabelle			Limit		
R	G	B	Ball	Feld	gelb blau
0	0	0			
0	0	1	1		1
0	1	0		1	
1	0	0			

Wie kann man nun die Farbtabelle ausfüllen?
Wir benutzen KD-Bäume



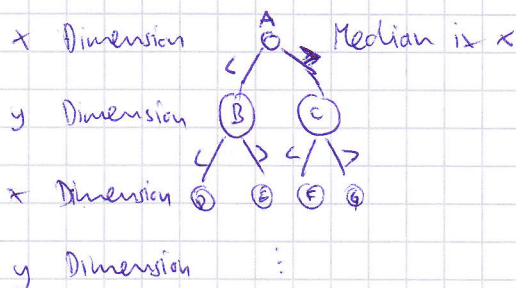
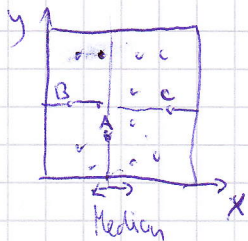
Man hat Punktwolken, die schon zu Objekten zugeordnet sind. Bei einem neuen Punkt wird geschaut, wer der nächste Nachbar ist, und dieser Kategorie zugeordnet.

Das ist natürlich aufwendig für viele Punkte.

Wir machen das daher so:

- Bild
- Segmentieren
- Farbtabelle füllen mit den Farben im segmentierten Bild
- Farbtabelle mit Hilfe von KD-Tree ergänzen

Was ist ein KD-Tree? (K steht für die Anzahl der Dimensionen, hier also $K=3$)



Solange rekursiv den Raum in x und y-Dimension teilen, bis in einer Region nur noch 1 Punkt übrig ist.

Ein neuer Punkt kann nun in logarithmischer Zeit eingeordnet werden. Dabei nimmt man zunächst hypothetisch an, dass der letzte Knoten, den man im Baum besucht hat, der nächste Nachbar ist. Wenn ein Kreis um den neuen Punkt mit Radius = Abstand zum hypothetisch nächsten Nachbarn eine andere Region schneidet, so muss im Baum rekursiv nach unten nach einem näheren Punkt gesucht werden.

Suche:

Start: Anfangen mit der Wurzel

Suchen von der Position des neuen Punktes im Raum

Current best: Wenn man ein Blatt erreicht, ist dies der current best nächste Nachbar.

Rekursion: Wir überprüfen, ob eine Kugel um Punkt zerhört und mit Radius = Abstand zum "current best" die nächstgelegene Region schneidet

a) wenn ja, folge dem anderen Zweig rekursiv bis unten

b) wenn nicht, laufe im Baum nach oben

Ende: Wenn man zum Wurzellknoten wieder ankommt, ist man fertig.

Test 1:

Beim Eintragen in die Farbtabelle kann man gleich die unmittelbaren Nachbarn mitmarkieren. Dann den KD-Tree bauen.

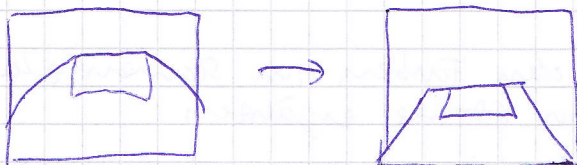
Bild $\rightarrow$ KD-Tree $\rightarrow$ Farbtabelle $\rightarrow$ Neues Bild

not: $\min(R-G, R-B) > 10$ oder so

Test 2: Das gleiche mal mit 7, 6, 5, 4 Bit pro Farbe, nicht mehr die 8 Bit.

Optische Verzerrung

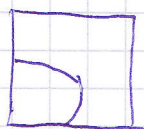
Wir wollen sowas:



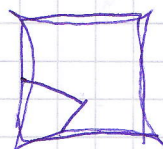
5.5.09

Radiale
~~Optische~~ Verzerrung

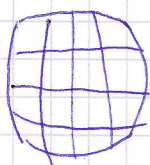
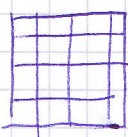
Vorlesung 3 Wie schafft man es, von



etwas auf



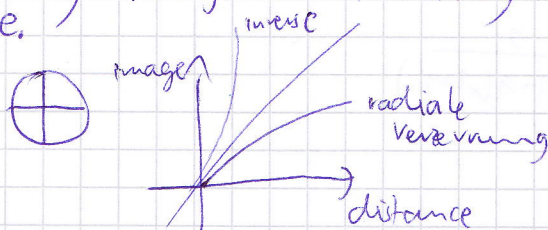
etwas zu kommen?



Es gibt mehrere Korrekturverfahren

1) Gitter. Man legt vor die Linse ein Gitter, dessen Karikaturen auf dem Bild dann Referenzpunkte darstellen.

2) Gitter-Kalibrierung. Bei Radialer Verzerrung ist die Verzerrung in jeder Richtung bei gleichem Abstand dieselbe.



$$(x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{f(x, y)} + f(x, y), \frac{y}{f(x, y)} + f(x, y) \right)$$

$$(x, y) \rightarrow \underbrace{\sqrt{x^2 + y^2}}_r$$

$$f(x, y) = a_0 + a_1 r + a_2 r^2 + a_3 r^3 + \dots$$

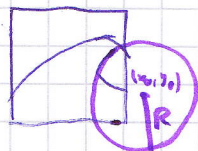
0, wenn
Linse nicht
berührt

3) Wir arbeiten direkt auf dem Bild mit Hilfe von Geraden.

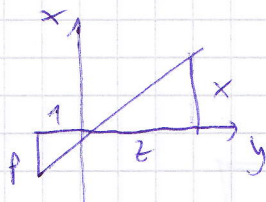
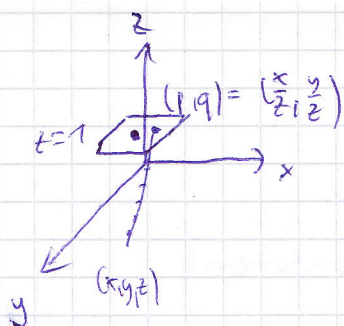
$$\text{Modell: } 1 + a_1 r^2 + a_2 r^4$$

$$(x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{1 + a_1 r^2 + a_2 r^4}, \frac{y}{1 + a_1 r^2 + a_2 r^4} \right)$$

zu zeigen: Wenn man eine Linie im Original hat, muss sie zu einem Kreisbogen abgebildet werden



$$R = g(x, y)$$



$$\frac{p}{1} = \frac{x}{z}$$

Projektive Geometrie

Homogene Koordinaten

$$\vec{P} = \begin{pmatrix} p \\ q \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$s \begin{pmatrix} p \\ q \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 + \lambda(x^2 + y^2) \end{pmatrix}$$

$$p = \frac{x}{1 + \lambda(x^2 + y^2)}$$

Modell

$$q = \frac{y}{1 + \lambda(x^2 + y^2)}$$

Gerade $ax' + by' + c = 0$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$\lambda \neq 0 \\ c \neq 0$$

$$a + b + c(1 + \lambda(x^2 + y^2)) = 0$$

Kreisgleichung $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$

$$\frac{a}{c\lambda}x + \frac{b}{c\lambda}y + x^2 + y^2 + \frac{1}{\lambda} = 0$$

$$\left(x + \frac{a}{2c\lambda}\right)^2 - \frac{a^2}{4c^2\lambda^2} + \left(y + \frac{b}{2c\lambda}\right)^2 - \frac{b^2}{4c^2\lambda^2} + \frac{1}{\lambda} = 0$$

$$x_0 = -\frac{a}{2c\lambda}$$

$$y_0 = -\frac{b}{2c\lambda}$$

$$R^2 = \frac{a^2}{4c^2\lambda^2} + \frac{b^2}{4c^2\lambda^2} - \frac{1}{\lambda}$$

$$= x_0^2 + y_0^2 - \frac{1}{\lambda}$$

↑
Mittelpunkt
vom Kreis

Wie findet man nun einen Kreis?



Mit Zirkel und Lineal ist zu zeichnen und fehleranfällig

Daher machen wir das numerisch

$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$$

$(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) \dots$ Daten

$$\begin{pmatrix} x_1^2 & y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2 & y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{pmatrix} = 0$$

Für einen Kreis kann man gleich $A=B=1$ annehmen. Aber man nimmt am besten so viele Punkte wie möglich, um Fehler klein zu halten.

$$\begin{pmatrix} x_1^2 & y_1^2 & x_1 & y_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{pmatrix}}_P = - \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}}_Q E$$

$n \times 4$ 4×1 $n \times 1$

$$X \cdot P = Q$$

$$X^T X P = X^T Q$$

$$P = (X^T X)^{-1} X^T Q$$

Anderes ginge es über den Gradientenabstieg:

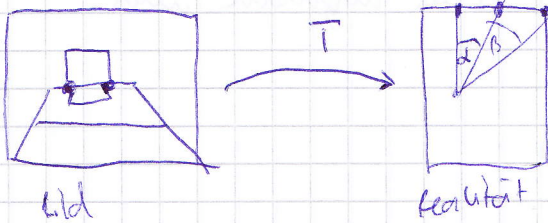
$$\text{Minimiere } E^2 = \sum_{i=0}^N \left(\underbrace{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 - r^2}_{\text{unbekannt}} \right)^2$$

Lokalisierung

12.5.09

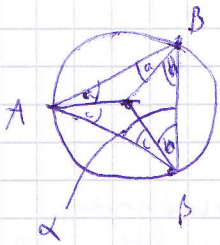
Vorlesung 4

①



Es reichen 3 Punkte aus, die man auf dem Bild lokalisieren kann und von denen man weiß, wo sie in der Realität liegen.

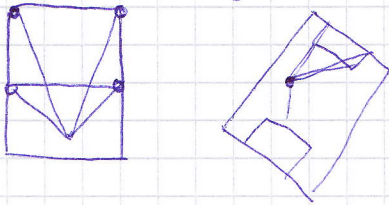
Das liegt daran, dass man aus zwei Punkten und dem Winkel einen Kreis konstruieren kann, auf dessen Rand der Roboter stehen muss. Durch noch einen dritten Punkt findet sich ein zweiter, dessen Schnittpunkt mit dem anderen der Standort sein muss.



$$\begin{aligned} 2a + 2b + 2c &= \pi \\ a + b + c &= \pi/2 \\ \alpha &= \frac{\pi}{2} - a \end{aligned}$$

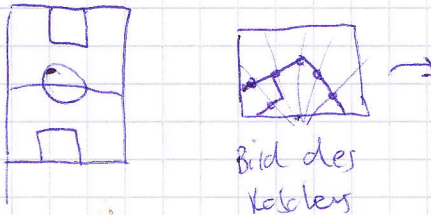
Jetzt Lokalisierung mit 4 Punkten.

②



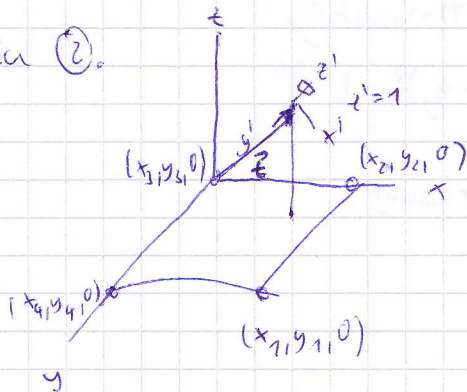
Das tolle hierbei ist, dass man durch die Punkte, die alle auf einer Ebene liegen müssen, sogar die genaue Position der Kamera bestimmen kann, also die Höhe.

③



Jetzt muss man versuchen, diese extrahierten Punkte auf das Feld zu matchen.

Zu ②.



Bekannt
Weltkoordinaten
 $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

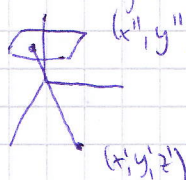
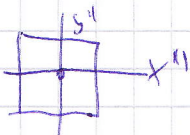
Kamerakordinaten

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - \vec{t}$$

Rotation

$$= R \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - \vec{t}$$

Im Kamerabild hat man ja nur zwei Koordinaten:



$$(x'', y'') = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

Bekannt sind:

$$\begin{pmatrix} x_1, y_1 \\ x_2, y_2 \\ x_3, y_3 \\ x_4, y_4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_1, y_1 \\ x_2, y_2 \\ x_3, y_3 \\ x_4, y_4 \end{pmatrix}$$

Unbekannt sind: $R, \vec{t}$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} - R \vec{e} \\ = \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \\ v_{31} & v_{32} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \\ h_4 & h_5 & h_6 \\ h_7 & h_8 & h_9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\left. \begin{aligned} x'' &= \frac{x_1'}{z_1'} & x_1'' z_1' &= x_1' \\ y'' &= \frac{y_1'}{z_1'} & y_1'' z_1' &= y_1' \end{aligned} \right\} \text{(i)}$$

$$\begin{aligned} x_1' &= (x_1 \ y_1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0) \cdot \vec{h} \\ y_1' &= (0 \ 0 \ 0 \ x_1 \ y_1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0) \cdot \vec{h} \\ z_1' &= (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ x_1 \ y_1 \ 1) \cdot \vec{h} \end{aligned} \quad \vec{h} = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \\ h_6 \\ h_7 \\ h_8 \\ h_9 \end{pmatrix} \quad \text{(ii)}$$

Man benutzt nun (i) und (ii) um etwas lineares zu bekommen.

$$x_1'' (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ x_1 \ y_1 \ 1) \vec{h} = (x_1 \ y_1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0) \vec{h}$$

$$y_1'' (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ x_1 \ y_1 \ 1) \vec{h} = (0 \ 0 \ 0 \ x_1 \ y_1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0) \vec{h}$$

$$P_L \begin{cases} (x_1 \ x_2 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ -x_1'' x_1 \ -x_1'' y_1 \ -x_1'') \vec{h} = 0 \\ (0 \ 0 \ 0 \ x_1 \ y_1 \ 1 \ -y_1'' x_1 \ -y_1'' y_1 \ -y_1'') \vec{h} = 0 \end{cases}$$

$$A \cdot \vec{h} = 0 \quad \text{mit} \quad A = \begin{pmatrix} \underbrace{0}_{\text{A}} & \underbrace{B}_{\text{B}} \\ x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_1'' x_1 & -x_1'' y_1 & -x_1'' \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 & -y_1'' x_1 & -y_1'' y_1 & -y_1'' \\ x_2 & y_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_2'' x_2 & -x_2'' y_2 & -x_2'' \\ 0 & 0 & 0 & x_2 & y_2 & 1 & -y_2'' x_2 & -y_2'' y_2 & -y_2'' \\ \vdots & & & & & & & & \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \\ h_6 \\ h_7 \\ h_8 \\ h_9 \end{pmatrix} = 0$$

Da wir nur 8 Gleichungen aber 9 Unbekannte haben, setzt man einfach eine Unbekannte auf 1.

$$h_9 = 1$$

$$D = \begin{pmatrix} h_1 \\ \vdots \\ h_8 \end{pmatrix} = -B \quad \text{ist lösbar.}$$

Jetzt kennen wir die Matrix mit den h_i .

$$c_0 \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \\ v_{31} & v_{32} \end{pmatrix} - R \vec{t} = \begin{pmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \\ h_4 & h_5 & h_6 \\ h_7 & h_8 & h_9 \end{pmatrix}$$

$\underbrace{\quad}_{\vec{v}_1} \quad \underbrace{\quad}_{\vec{v}_2}$

länge vor der Spalte sollte eins sein (wegen Rotation)

$$c = \sqrt{h_1^2 + h_4^2 + h_7^2}$$

Wenn man zwei Spalten der Rotationsmatrix hat, hat man automatisch die 3. Und zwar muss dieser Vektor normal zu den beiden anderen sein.

$$\vec{v}_1 \times \vec{v}_2 = \vec{v}_3$$

$$R = \begin{pmatrix} h_1/c & h_2/c \\ h_4/c & h_5/c \\ h_7/c & h_8/c \end{pmatrix} \vec{v}_1 \times \vec{v}_2$$

$$\begin{pmatrix} h_3/c \\ h_6/c \\ h_9/c \end{pmatrix} = -R \vec{t}$$

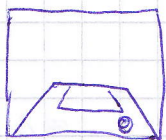
$$\vec{a}_1 \times \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} a_{21}b_{12} - a_{11}b_{22} \\ a_{31}b_{12} - a_{11}b_{32} \\ a_{31}b_{22} - a_{21}b_{32} \end{pmatrix}$$

Jetzt hat man also R und $\vec{t}$ gefunden und ist fertig.

Diese Methode benutzt man besonders zum Kalibrieren. So kann man gleich mehrere Schritte auf einmal machen:

- Entzerrung
- Kamera Winkel

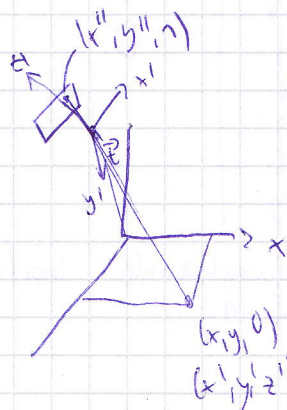
Jetzt will man natürlich auch andere Objekte finden.



Man hat im Bild die Position der Balls erkannt.



$\Rightarrow (x'', y'')$ und f, t bekannt



$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} - R \vec{t}$$

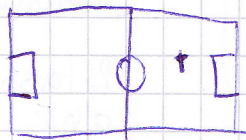
Lokalisierung

=



x

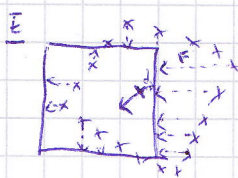
Modell



matching?

EM-Algorithmus (Expectation-Maximization)

Bsp:



Die Punkte werden mit den Linien assoziiert, die am nächsten stehen. Man könnte die Linien nun ab magisch abnehmen, so dass die Punkte von ihnen angezogen werden.

$$F = c \sum F_i$$

$$D = d \sum d_i$$

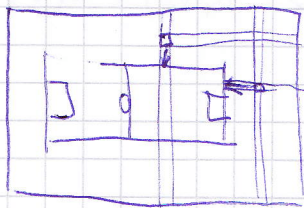
M Rotation, Translation

Das iteriert man dann, bis zur Konvergenz oder bis zu einer bestimmten Anzahl von Iterationen.

Die Position des Roboters ist der Ursprung der Punktwolke. Durch das Matching wird dann die korrekte Position gefunden.

-> wäre der Algorithmus relativ langsam, da man viele Abstände berechnen muss.

Dur EM-Tabellen geht das schneller.

EM-Tabelle

Man berechnet im Voraus für Gitterpunkte, die man über das Modell legt, die wirkende Kraft. Alle Werte speichert man in einer Tabelle.

Rotationen

$$\begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Rotation um z-Achse

Rotationsmatrix ist Multiplikation aller Einzelmatrizen

$$R^3 = R_z R_y R_x$$

Für die Eigenvektoren gilt bei Rotation $R\vec{x} = \vec{x}$

Quaternionen (1) Verallgemeinerung der komplexen Zahlen

$$a+bi$$

$$i^2 = -1$$

$$(a+bi) + (c+di) = (a+c) + (b+d)i$$

$$(a+bi)(c+di) = (ac-bd) + (ad+bc)i$$

$$R \quad \oplus \quad \oplus$$

$$a+bi$$

$$c+di$$

$$e+fi$$

$$g+hi$$

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$$

$$(a+bi+cj+dk) + (p+qi+rj+sk) = (a+p) + (b+q)i + (c+r)j + (d+s)k$$

$$(1+2i)(i+j) = i+j+2i^2+2ij$$

$$= -2+i+j+2k$$

$$ij=k$$

$$ji=-k$$

$$jk=i$$

$$kj=-i$$

$$ki=j$$

$$ik=-j$$



$$(u_x, u_y, u_z) = \vec{u} \text{ Vektor}$$

$\rightarrow u_x i + u_y j + u_z k$: Repräsentation des Vektors als Quaternion

$$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z) \quad v_x i + v_y j + v_z k$$

$$\vec{u} \times \vec{v} = -u_x v_y - u_y v_x - u_z v_z + i(u_y v_z - u_z v_y) + j(u_z v_x - u_x v_z) + k(u_x v_y - u_y v_x)$$

$$uv = -(uv) + (u \times v)$$

$$vu = (uv) - (u \times v) = -(v \cdot u) + (v \times u)$$

$$u \cdot v = -\frac{uv+vu}{2}$$

$$u \times v = \frac{uv-vu}{2}$$

$$v \rightarrow R v R^{-1}$$

(alles als Quarklinien)

$$R = (\cos \frac{\theta}{2}) + (\sin \frac{\theta}{2}) \vec{n}$$

↑
Einheitsvektor
Rotationsaxe

Rotation mit Quaternion

2.6.09
CV

$$R = \left(\cos \frac{\alpha}{2} \right) + \left(\sin \frac{\alpha}{2} \right) \vec{u}$$

$$v \rightarrow R v R^{-1}$$

Quaternions

zu verstehen

Identitäten

$$uv = \frac{uv + vu}{2}$$

Skalarprodukt

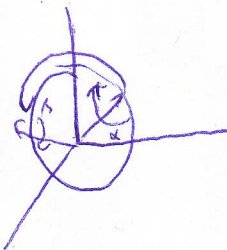
$$u \times v = \frac{uv - vu}{2}$$

$$uvw = -[uvw] - (vw)u + (uw)v - (uv)w$$

$$[uvw] = \frac{vwu - uvw}{2}$$

$$(u \times v) \times w = \frac{uvw - wuv}{2}$$

$$u \times (v \times w) = \frac{uvw - vwu}{2}$$



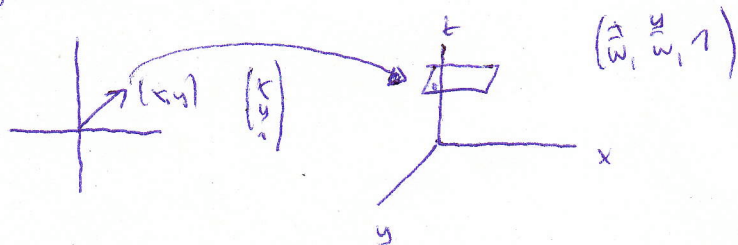
$$\text{norm} \left((1-t)\vec{u} + \vec{v}t \right)$$

$$t = 0 \dots 1$$

Geometrien	Euklidisch	Ähnlichkeit	Affine	Projektiv
Rotation	✓	✓	✓	✓
Translation	✓	✓	✓	✓
Skalierung		✓	✓	✓
Skalierung (unterschiedliche Faktoren)			✓	✓
Scherung			✓	✓
Perspektive				✓
Komposition von Perspektiven				✓

Bei der projektiven Geometrie bleiben Linien, Flächen und Cross-ratio erhalten.

Homogene Koordinaten



$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x/w \\ y/w \\ 1 \end{pmatrix} \quad \frac{x}{w} = x$$

$$\frac{y}{w} = y$$

Linien

$$ax + by + c = 0$$

$$a \cdot w + b \cdot y + c \cdot w = 0$$

$$a \cdot x + b \cdot y + c \cdot w = 0$$

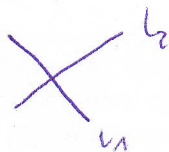
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ w \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0$$

$$\vec{p} \cdot \vec{l} = 0 \quad \text{Dualität}$$

Zwei Linien

$$l_1 = (a_1, b_1, c_1)^T$$

$$l_2 = (a_2, b_2, c_2)^T$$



Schnittpunkt der Linien

$$\text{ist } \vec{p} = \vec{l}_1 \times \vec{l}_2$$

Linie aus 2 Punkten

$$\vec{l} = \vec{p}_1 \times \vec{p}_2$$

$$\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3 \quad \text{Kollinear!}$$



$$\vec{l} = \vec{p}_2 \times \vec{p}_3$$

$$\vec{p}_1 \cdot (\vec{p}_2 \times \vec{p}_3) = 0$$

$$\vec{l}_1, \vec{l}_2, \vec{l}_3$$



$$\vec{l}_1 \cdot (\vec{l}_2 \times \vec{l}_3) = 0$$

$$[l_1, l_2, l_3] \hat{=} \text{Determinante der 3 Vektoren}$$

Cross-ratio



$$cr = \frac{\Delta_{13} \Delta_{24}}{\Delta_{14} \Delta_{23}}$$

Δ_{ij} ist Abstand zwischen Punkten p_i zu p_j

Bei der projektiven Transformation ist die Cross-Ratio invariant.

Abstand Linie / Punkt

$$d = (ax + by + c) \cdot \lambda$$

mit

9.6.2009

Stereo Vision

Wir wollen Tiefeninformationen

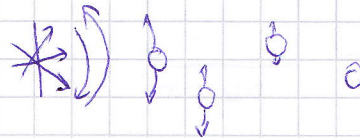
Vorlesung 7

• Tiefeninformationen

- Fokus
nah
mittel
fern



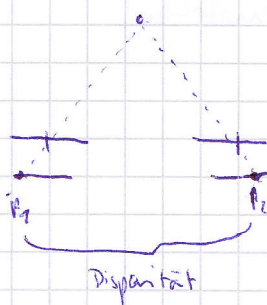
• Kamera rechnen



optical flow

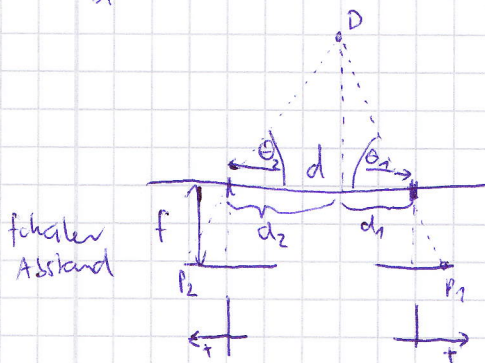
Je weiter weg die Gegenstände sind, umso weniger bewegen sie sich

• Mehrere Kameras



(Binokular)
(Triokular)

Binokular



$$\frac{D}{d_2} = \tan \theta_2 = \frac{f}{p_2}$$

$$\frac{D}{d_1} = \tan \theta_1 = \frac{f}{p_1}$$

$$d_2 = D \frac{p_2}{f}$$

$$d_1 = D \frac{p_1}{f}$$

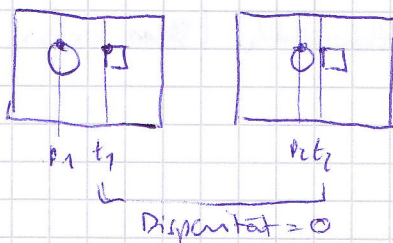
$$d = D \left(\frac{p_2}{f} + \frac{p_1}{f} \right)$$

$$D = \frac{df}{p_1 + p_2}$$

mit selben Vorzeichen

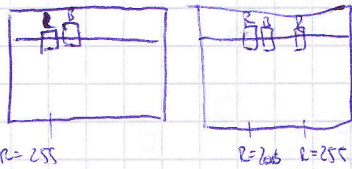
$$D = \frac{df}{p_1 - p_2}$$

Man hat jetzt zwei Bilder



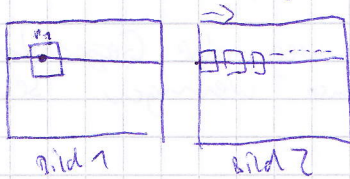
Wie kann man nun die Pixel in Korrespondenz bringen?

Matching



- Verdeckungen
- Reihenfolge der Pixel

Block matching

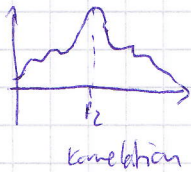


Scannen der gleichen Zeile mit dem Block aus Bild 1 in Bild 2.

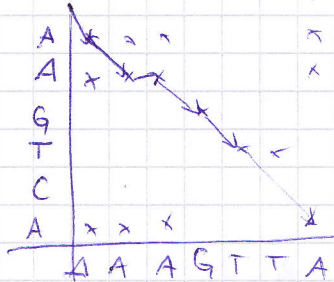
Die Blöcke ~~aber~~ berechnet man das Skalarprodukt.

Ein großer Wert sagt aus, dass die Korrelation gut ist, ein geringerer sagt aus, dass die Blöcke nicht gut matchen.

Das Skalarprodukt ist also die Kostenfunktion.

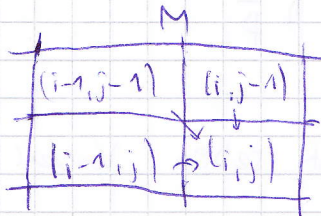


Dynamische Programmierung Ansatz aus der Binärität



$$\text{Kosten}(A, A) = 0$$

$$\text{Kosten}(T, C) = 1$$



$$M(i, j) = \min \left(\begin{aligned} &M(i-1, j-1) + \text{Kosten}((i-1, j-1), (i, j)) \\ &M(i, j-1) + \text{Verdeckungskosten}, \\ &M(i-1, j) + \text{Verdeckungskosten} \end{aligned} \right)$$

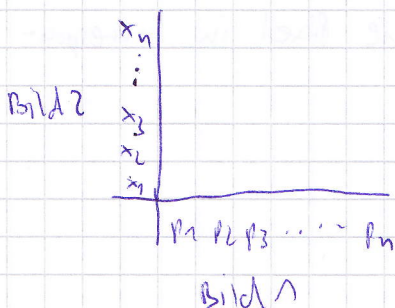
Dynamische Programmierung für Stereo



A) Kostenfunktion

$$\text{Kosten}(x_1, p_1) = -\text{Korrelationsindex}(\text{Box}(p_1), \text{Box}(x_1))$$

B) Maschine



16.6.09

Vorlesung 8

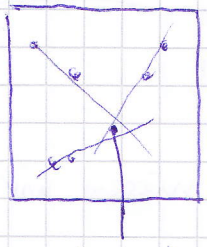
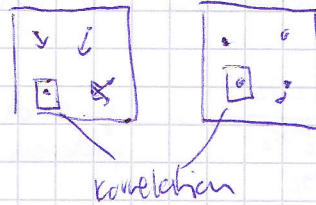
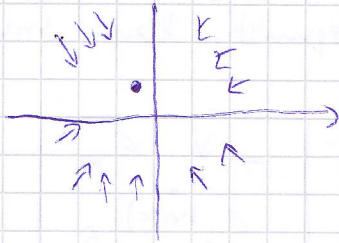
Optischer Fluss

$$\text{Disparität} \approx \frac{d}{D}$$

$$D \approx \frac{d}{\text{Disparität}} = \frac{d}{\text{opt. Fluss}}$$

Optischer Fluss ist ein Spezialfall von Stereo Vision.

Man will den Fluchtpunkt berechnen



(x_c, y_c)
Fluchtpunkt

Jede Linie ist durch ihre Koeffizienten gegeben.

$$a_i x + b_i y + c_i = 0$$

$$a_i x + b_i y + c_i = 0$$

$$E = \sum_{i=1}^N \frac{|a_i x_c + b_i y_c + c_i|^2}{|a_i|^2 + |b_i|^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a_i}{\sqrt{a_i^2 + b_i^2}} x + \frac{b_i}{\sqrt{a_i^2 + b_i^2}} y + \frac{c_i}{\sqrt{a_i^2 + b_i^2}} = 0$$

normalisiert
 $a_i'^2 + b_i'^2 = 1$

$$= \sum_{i=1}^N (a_i' x_c + b_i' y_c + c_i')^2$$

will man
minimieren

$$\frac{\partial E}{\partial x_c} = 0$$

$$\sum 2(a_i' x_c + b_i' y_c + c_i') a_i' = 0$$

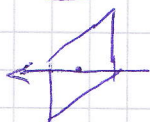
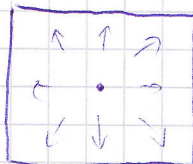
$$\frac{\partial E}{\partial y_c} = 0$$

$$\sum 2(a_i' x_c + b_i' y_c + c_i') b_i' = 0$$

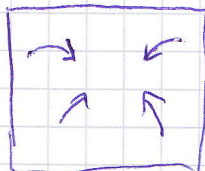
$$\begin{pmatrix} \sum a_i'^2 & \sum a_i' b_i' \\ \sum b_i' a_i' & \sum b_i'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \sum a_i' c_i' \\ \sum b_i' c_i' \end{pmatrix}$$

Das ist der Optimalfall.

Wie ist es mit optischer Verzerrung?



Bei Verzerrung ist der optische Fluss auch gekrümmt



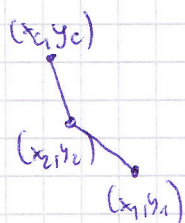
Wir wollen mit dem optischen Fluss die radiale Entzerrung wegbekommen.

$$x = a_3 r^2 + a_2 r + a_1 \quad \text{Abstand zur Mitte des Bildes}$$

Wir wenden den EM-Algorithmus an.

Erwarten als Fluchtpunkt (x_c, y_c) .

Im Maximierungsschritt verbessern wir den Fluchtpunkt. Dazu braucht man

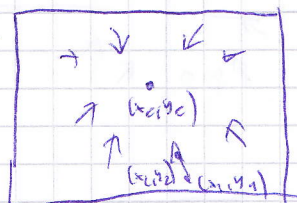


$$g_1 = \frac{x_1 y_1 - x_2 y_2}{x_1 x_1 - x_2 x_2}$$

$$g_2 = \frac{x_2 y_2 - x_1 y_1}{x_2 x_2 - x_1 x_1}$$

x sind Korrekturfaktoren

$$a_3 = 0 \quad a_2 = 0 \quad a_1 = 1$$



$$E = \frac{1}{2} (g_1 - g_2)^2 \quad \text{Fehler für eine Linie}$$

$$E = \sum_j \frac{1}{2} (g_{1j} - g_{2j})^2 \quad \text{Gesamtfehler. Den müssen wir minimieren.}$$

$$r_j = a_3 r_j^2 + a_2 r_j + a_1$$

$$r_j = \sqrt{x_j^2 + y_j^2}$$

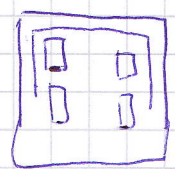
Gradientenabstieg um die Korrekturen zu finden.

$$\Delta a_3 = - \sum \frac{\partial E}{\partial a_3}$$

Hough-Transformation

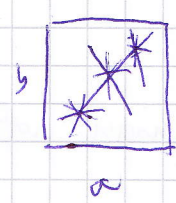
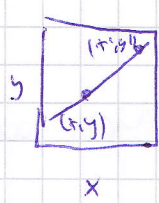
Vorlesung 10

Man hat ein Bild und will z.B. Geraden finden



Die Überlegung ist nun, welche Linien alle durch den Punkt (x,y) gehen können. Also

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \quad ax + by + 1 = 0$$



Wenn man das jetzt ganz oft mit vielen Punkten macht, bekommt man im a,b -Raum ganz viele Geraden, und dort, wo wirklich Geraden im Bild sind, hat man Anhäufungen von Schnittpunkten.

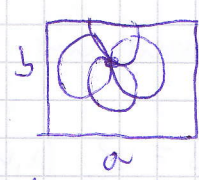
Die Hough-Transformation entspricht der dualen Darstellung der Datenpunkte.

Man kann auch Kreise finden.

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

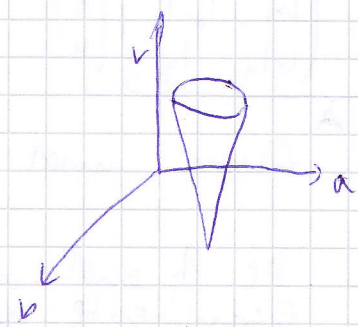
Einfachhalten fixieren wie den

Radius.



Im Parameterraum bilden wieder alle möglichen Mittelpunkte einem Kreis

Mit Betrachtung des Radius ist der Parameterraum 3-dimensional.

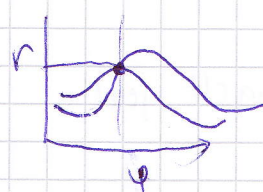
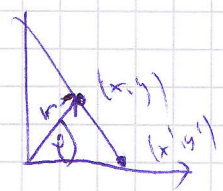


Drei Kegel im Parameterraum, die zu 3 auf einem Kreis liegenden Punkten gehören, schneiden sich in einem Punkt.

Man kann die Hough-Transformation auf beliebige Objekte verallgemeinern.

Für Linien gibt es auch noch eine andere Darstellung

$$x \cos \varphi + y \sin \varphi = r$$



Harris Corner Detector

Ist nen Feature.



$I(u,v)$ wir verschieben um (x,y)

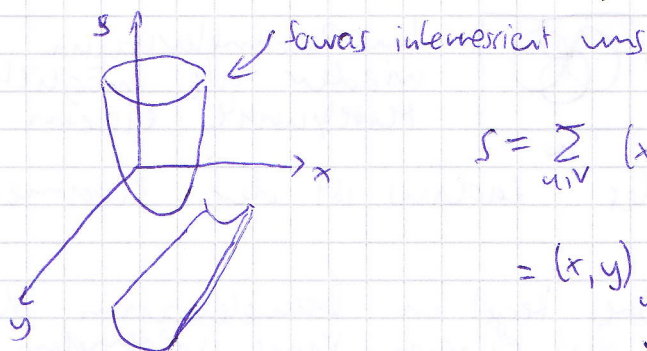
$$S = \sum_{u,v} (I(u+x, v+y) - I(u,v))^2 \quad \text{Das könnte man natürlich auch Gewichten}$$

Das Bild $I(u+x, v+y)$ kann über eine Taylor-Reihe approximiert werden:

$$I(u+x, v+y) \approx I(u,v) + \frac{\partial I(u,v)}{\partial x} x + \frac{\partial I(u,v)}{\partial y} y$$

$$S = \sum_{u,v} \left(\underbrace{\frac{\partial I(u,v)}{\partial x}}_{I_x} x + \underbrace{\frac{\partial I(u,v)}{\partial y}}_{I_y} y \right)^2$$

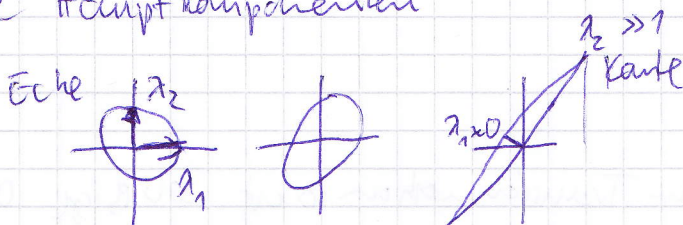
Es ergibt sich so was:



$$S = \sum_{u,v} (x,y) \begin{pmatrix} I_x^2 & I_x I_y \\ I_x I_y & I_y^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$= (x,y) \underbrace{\sum_{u,v} \begin{pmatrix} I_x^2 & I_x I_y \\ I_x I_y & I_y^2 \end{pmatrix}}_A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Wir gucken von oben auf den Kasten und schauen die Hauptkomponenten



Die λ_i sind die Eigenwerte der obigen Matrix A

Die uninteressanten Fälle sind:

$$\lambda_1 = \lambda_2 \approx 0 \Rightarrow \text{alle, homogen}$$

$$\lambda_1 \approx 0 \Rightarrow \text{Kante}$$

$$\lambda_2 \approx 0 \Rightarrow \text{Kante}$$

Der Harris corner detector macht jetzt

$$\lambda_1 \lambda_2 - K(\lambda_1 + \lambda_2)^2$$

$$\det A = \lambda_1 \lambda_2$$

$$\text{Spur } A = \lambda_1 + \lambda_2$$

Damit ergibt sich $\det A = K (\text{Spur } A)^2$

↑

empirisch testen