

Aufgabe 1

Es ist mittels der Fourier-Transformation die Ausrichtung eines Textdokuments zu bestimmen. Die Idee hierbei ist, dass man das Bild in den Frequenzraum überführt und dort dann den Punkt in dem Frequenzbild sucht, der die höchste Intensität hat, da dieser dann der Frequenz entspricht, die das häufigste Vorkommen hat. Der Ansatz funktioniert deshalb, da die Fourier-Transformation rotationsinvariant ist und somit der Frequenzraum dieselbe Ausrichtung besitzt wie das ursprünglich gedrehte Bild. Wenn man den Punkt dann gefunden hat, kann über

$$\alpha = \arctan 2(y, x) * \frac{180^\circ}{\pi}$$

die Rotation bestimmt werden. Es ist noch anzumerken, dass natürlich nicht erkannt werden kann, ob der Text auf dem Kopf steht oder nicht, da der Frequenzraum bei einem um Grad x gedrehten Bild und einem um Grad $x + 180^\circ$ gedrehten, genau gleich aussieht.

Um den Zeilenabstand (in Pixeln) zu bestimmen, muss man die Frequenz dieses Punktes kennen. Dies ist einfach nur der Abstand des Punktes zum Mittelpunkt des Bildes im Frequenzbild:

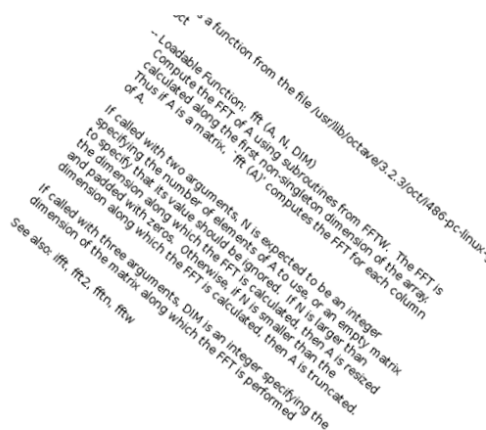
$$f = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Der Zeilenabstand entspricht dann

$$d = \frac{f}{2\pi}$$

Um das Ergebnis noch zu verfeinern kann man die Transformierte noch durch einen Hochpass-Filter jagen, damit eventuell störende "Gleichstromanteile" weggefiltert werden.

Wir testen das Verfahren nun auf dem folgenden um 40° gedrehten Bild.



... a function from the file /usr/lib/octave/3.2.3/oct486-pc-linux...
-- Loadable Function: fft (A, N, DIM)
Compute the FFT of A using subroutines from FFTW. The FFT is
calculated along the first non-singleton dimension of the array.
Thus if A is a matrix, 'fft(A)' computes the FFT for each column
of A.
If called with two arguments, N is expected to be an integer
specifying the number of elements of A to use, or an empty matrix
to specify that its value should be ignored. If N is larger than
the dimension along which the FFT is calculated, then A is resized
and padded with zeros. Otherwise, if N is smaller than the
dimension along which the FFT is calculated, then A is truncated.
If called with three arguments, DIM is an integer specifying the
dimension of the matrix along which the FFT is performed.
See also: ifft, fft2, fftn, fftw

Abbildung 1: Originalbild, 'Text40Deg.png'.

Wir führen jetzt die FFT durch und filtern dann das in Abbildung 1 dargestellte Bild einmal ohne Frequenzen wegzuschmeißen (Abbildung 2), einmal mit einem Hochpass-Filter, der alle

Frequenzen $< 10Hz$ wegschmeißt (Abbildung 3) und einmal mit einem Hochpass-Filter, der nur Frequenzen $> 45Hz$ behält (Abbildung 4).

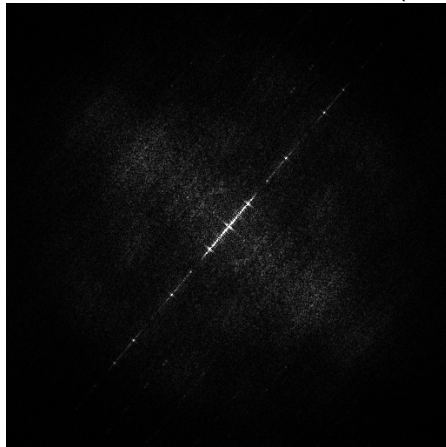


Abbildung 2: Alle Frequenzen

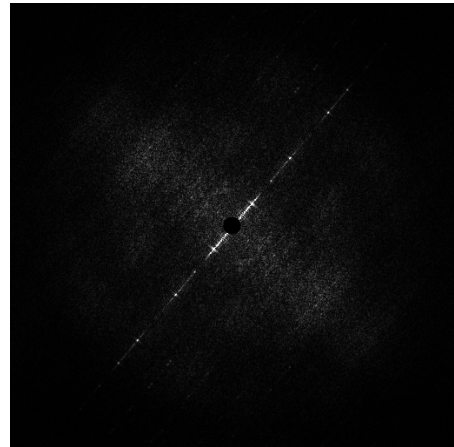


Abbildung 3: Frequenzen $> 10Hz$

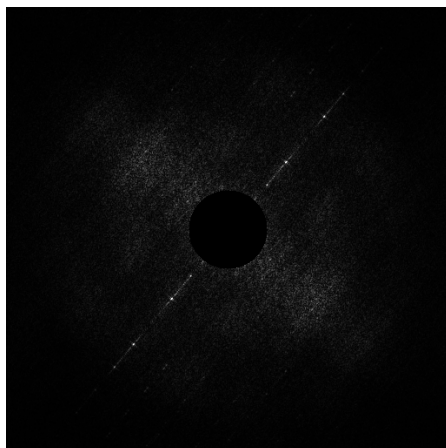


Abbildung 4: Frequenzen $> 45Hz$

Tabelle 1: Ergebnisse der verschiedenen Frequenzräume

	Winkel in $^{\circ}$	Frequenz in Hz	Zeilenabstand in Pixel
Ohne Filter (Abbildung 2)	-37,87	1,41	0,23
Hochpass-Filter 10 (Abbildung 3)	-67,44	34,21	5,44
Hochpass-Filter 45 (Abbildung 4)	-39,09	103,01	16,41

Wenn man genau nachmisst, dann sieht man, dass der Zeilenabstand in dem Originalbild (gemessen von der Mitte einer Zeile zur Mitte der nächsten Zeile) ungefähr 17 Pixel entspricht. Dies untermauert das Ergebnis, dass durch die Transformation mit dem 45-Hz-Hochpass-Filter erzielt wird, denn hier ist sowohl der Zeilenabstand mit 16,41 Pixeln als auch die Gradzahl

von -39 Grad am nächsten dran.

Aufgabe 2

In dieser Aufgabe wurde die 2D-Haartransformation(wavelet) erfolgreich implementiert und getestet. Das Bild 'Falten.bmp', welches in Abbildung 5 gezeigt ist, wurde 2D-Haartransformiert. Das Ergebnis ist in Abbildung 6 gezeigt. Die Rücktransformation ist in Abbildung 7 dargestellt. Das Maximum der Differenz beider Bilder zeigt, dass die Transformation verlustfrei ist.



Abbildung 5: Originalbild, 'falten.bmp'.

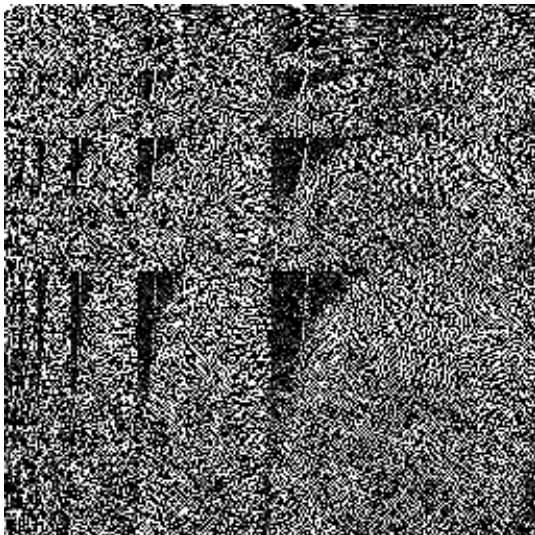


Abbildung 6: Wavelet Transformierte von 5.



Abbildung 7: Wavelet Rücktransformierte von 6.

Aufgabe 3

In dieser Aufgabe sollte wurden kleine Komponenten der Transformatierten weggeschnitten und anschließend wurde das Bild zurücktransformiert. Kleine Komponenten heißt in diesem Fall, dass zunächst das Intervall bestimmt wurde, welches die Transformatierte einnimmt und anschließend x Prozent auf Null gesetzt wurden. Die Ergebnisse der Rücktransformatierten sind in den Abbildungen 8 bis 11 dargestellt.



Abbildung 8: Rücktransformierte
 $x = 10\%$.



Abbildung 9: Rücktransformierte
 $x = 20\%$.



Abbildung 10: Rücktransformierte
 $x = 30\%$.

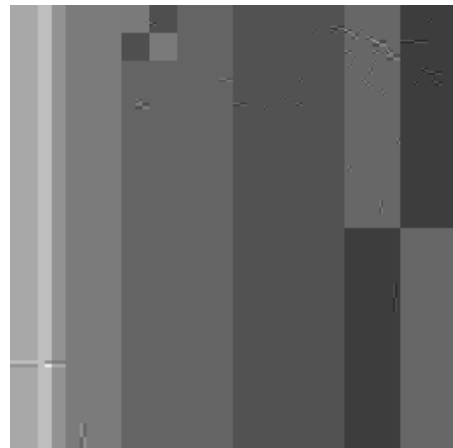


Abbildung 11: Rücktransformierte
 $x = 40\%$.